

TD – EXERCICES

Chapitre 2

Calcul littéral

Version sujet – Version imprimable

Sommaire

I	Évaluer et réduire une expression	2
II	Développer une expression	2
III	Factoriser par un facteur commun	3
IV	Identités remarquables	3
V	Factorisations classiques	4
VI	Choisir une forme adaptée	5
VII	Programmes de calcul et algorithmes	6
VIII	Calcul littéral avec Scratch	7
IX	Automatismes du Brevet	9
X	Extraits du Brevet	10
XI	Bilan du chapitre	12
XII	Hors programme : forme canonique	14
XIII	Now we can talk	17

Objectifs du TD

- Évaluer, réduire, développer et factoriser une expression littérale.
- Utiliser les trois identités remarquables dans les deux sens.
- Choisir la forme la plus adaptée d'une expression.
- Traduire un programme de calcul ou un algorithme par une expression.
- S'entraîner aux automatismes et aux exercices du Brevet, sans équations.

Thème I

Évaluer et réduire une expression

Exercice 1 Substituer une valeur

1. Pour $A(x) = 2x^2 - 5x + 4$, calculer $A(3)$, c'est-à-dire la valeur de A pour $x = 3$.
2. Puis calculer $A(-2)$, c'est-à-dire la valeur de A pour $x = -2$.
3. Calculer ensuite $B(-1 ; 3)$ pour $B(x ; y) = 3x - 2y + 5$.

Exercice 2 Réduire avant de calculer

$$C(x) = 7x - 4 + 3x + 9 \quad D(x) = 5x^2 - 2x + 4 - 3x^2 + 7x.$$

1. Réduire $C(x)$ et $D(x)$.
2. Calculer $C(-3)$ et $D(-3)$, c'est-à-dire les valeurs de C et D pour $x = -3$.

Thème II

Développer une expression

Exercice 3 Distributivité simple et double

Développer et réduire :

- a) $A(x) = 5x(3x - 4)$;
- b) $B(x) = -3(2x - 7)$;
- c) $C(x) = (2x + 5)(x - 3)$;
- d) $D(x) = (4 - x)(2x + 1)$.

Exercice 4 **[!] Bilan : calculer sans erreur de signe**

On considère $E(x) = (2x - 5)^2 - 3x(x + 1)$.

1. Calculer $E(2)$, c'est-à-dire la valeur de E pour $x = 2$, à partir de l'expression donnée.
2. Développer et réduire $E(x)$.
3. Vérifier le résultat de la question 1 avec la forme développée.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 5, page 2.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 6, page 3.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 5 **[+] Consolidation : deux formes d'un même calcul**

Soit $F(x) = (x + 4)^2 - 2x(x - 1)$.

1. Calculer directement $F(-2)$, c'est-à-dire la valeur de F pour $x = -2$.
2. Développer et réduire $F(x)$.
3. Vérifier la valeur de $F(-2)$ avec la forme développée.

Exercice 6 [*] **Approfondissement : valeur exacte**

Soit $G(x) = (3x - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$.

1. Développer et réduire $G(x)$.
2. Calculer $G\left(\frac{1}{3}\right)$, c'est-à-dire la valeur de G pour $x = \frac{1}{3}$.
3. Calculer $G(\sqrt{2})$, c'est-à-dire la valeur de G pour $x = \sqrt{2}$, sous forme exacte.

Thème III**Factoriser par un facteur commun****Exercice 7** **Faire apparaître un facteur commun**

Factoriser :

- a) $A(x) = 12x + 18$;
- b) $B(x) = 15x^2 - 10x$;
- c) $C(x) = 5x(x - 4) + 3(x - 4)$;
- d) $D(x) = (x - 3)(2x + 5) + 4(x - 3)$;
- e) $E(x) = (x + 1)(2x - 3) - (2x - 3)^2$;
- f) $F(x) = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x - 5)$;
- g) $G(x) = (2x - 1)(x + 6) + (1 - 2x)(3x - 4)$;
- h) $H(x) = (x + 3)(4x - 1) - (x + 3)$.

Thème IV**Identités remarquables****Exercice 8** **Développer directement**

Développer directement :

$$E(x) = (x + 6)^2 \quad F(x) = (2x - 5)^2 \quad G(x) = (3x - 4)(3x + 4) \quad H(x) = (7 - x)^2.$$

Exercice 9 **Compléter des identités remarquables**

Recopier et compléter chaque égalité sans effectuer un développement posé.

1. $(2x - \dots)^2 = \dots - 12x + \dots$
2. $(\dots + 5)^2 = 9x^2 + \dots + 25$
3. $(4x - \dots)(4x + \dots) = 16x^2 - 49$
4. $\dots + 20x + 25 = (2x + \dots)^2$
5. $81x^2 - \dots = (9x - 4)(9x + 4)$
6. $(5 - \dots)^2 = 25 - 30x + \dots$

Exercice 10 **Choisir l'identité adaptée**

Utiliser une identité remarquable pour répondre sans effectuer de long développement.

1. Factoriser $Q(x) = 25x^2 + 40x + 16$.
2. Factoriser $R(x) = 49x^2 - 36$.
3. Factoriser $S(x) = 9x^2 - 30x + 25$.
4. Réduire $T(x) = (7x + 2)^2 - (7x - 2)^2$.
5. Calculer mentalement $1001^2 - 999^2$.
6. Montrer que $U(x) = (x + 5)^2 - (x - 5)^2$ est un multiple de 20 lorsque x est un entier.

Exercice 11 [!] **Bilan : développements combinés**

Développer et réduire :

$$I(x) = (3x - 2)^2 - 2(x + 1)(x - 4) \quad J(x) = (5x - 1)(5x + 1) + 3x(2 - x).$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 12, page 4.

*Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.***Parcours B – Approfondissement**

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 13, page 4.

*Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.***Exercice 12** [+] **Consolidation : même méthode**Développer et réduire $K(x) = (2x + 3)^2 - 3(x - 2)(x + 1)$ et $L(x) = (4x - 3)(4x + 3) + 2x(5 - x)$.**Exercice 13** [*] **Approfondissement : attention aux signes**Développer et réduire $M(x) = x - (-2x + 5)^2$ et $N(x) = (-x - 1)^2 - (-x + 2)^2$.**Thème V****Factorisations classiques****Exercice 14** **Reconnaître une identité remarquable**

Factoriser :

$$D(x) = x^2 + 10x + 25 \quad E(x) = 9x^2 - 24x + 16 \quad F(x) = 49 - 4x^2.$$

Exercice 15 [!] **Bilan : choisir la bonne factorisation**

Factoriser :

$$H(x) = (2x - 3)(x + 4) - (2x - 3)(5x - 1), \quad I(x) = (3x + 2)^2 - (x - 4)^2.$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 16, page 4.

*Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.***Parcours B – Approfondissement**

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 17, page 4.

*Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.***Exercice 16** [+] **Consolidation : facteur commun ou différence de carrés**Factoriser $J(x) = (x + 2)(3x - 1) - 5(x + 2)$ et $K(x) = (2x + 5)^2 - (x - 1)^2$.**Exercice 17** [*] **Approfondissement : faire apparaître le facteur commun**Factoriser $L(x) = (x - 3)^2 + 4x - 12$ et $M(x) = 4x^2 + 4x + 1 - (6x + 3)(x + 1)$.

Thème VI

Choisir une forme adaptée

Exercice 18 Développer, factoriser, puis calculer

On considère $P(x) = (2x + 1)^2 - (x - 2)^2$.

1. Développer et réduire $P(x)$.
2. Factoriser $P(x)$ sans le développer.
3. Calculer $P(2)$, $P(-1)$ et $P\left(-\frac{2}{3}\right)$, c'est-à-dire les valeurs de P pour $x = 2$, $x = -1$ et $x = -\frac{2}{3}$, en choisissant chaque fois la forme la plus efficace.

Exercice 19 [!] **Bilan : trois écritures d'une expression**

On considère $Q(x) = (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3)$.

1. Développer et réduire $Q(x)$.
2. Factoriser $Q(x)$.
3. Calculer $Q(2)$, $Q(-1)$ et $Q\left(-\frac{4}{5}\right)$, c'est-à-dire les valeurs de Q pour $x = 2$, $x = -1$ et $x = -\frac{4}{5}$, avec la forme la plus adaptée.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 20, page 5.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 21, page 5.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 20 [+] **Consolidation : même structure**

Soit $R(x) = (x - 2)(3x + 1) + (x - 2)(x + 5)$.

1. Développer et réduire $R(x)$.
2. Factoriser $R(x)$.
3. Calculer $R(2)$ et $R\left(-\frac{3}{2}\right)$ avec la forme la plus adaptée.

Exercice 21 [*] **Approfondissement : calcul exact**

Soit $S(x) = (-1 + 2x)^2 - (3 - 6x)(1 - x)$.

1. Montrer que $S(x) = -2x^2 + 5x - 2$.
2. Montrer, à l'aide d'une factorisation, que $S(x) = (1 - 2x)(x - 2)$.
3. Calculer $S\left(\frac{1}{2}\right)$ et $S(\sqrt{2})$, c'est-à-dire les valeurs de S pour $x = \frac{1}{2}$ et $x = \sqrt{2}$, avec la forme la plus adaptée.

Thème VII

Programmes de calcul et algorithmes

Exercice 22 Traduire un programme de calcul

Programme A

- 1. Choisir un nombre.
- 2. Soustraire 3.
- 3. Élever le résultat au carré.

- 1. Appliquer le programme à 1, puis à -2 .
- 2. En notant x le nombre choisi, écrire le résultat sous forme factorisée puis développée.

Exercice 23 Lire un algorithme

Algorithme B

- 1. Saisir x .
- 2. Affecter $2x - 3$ à a .
- 3. Affecter $2x + 3$ à b .
- 4. Affecter $a \times b$ à r .
- 5. Afficher r .

- 1. Que renvoie l'algorithme pour $x = 4$?
- 2. Exprimer r en fonction de x , sous forme factorisée puis développée.
- 3. Expliquer pourquoi cet algorithme calcule aussi $(2x)^2 - 9$.

Exercice 24 [!] Bilan : deux programmes équivalents

Source : D'après le DNB Asie, 15 juin 2026, exercice 3.

Programme A

- 1. Choisir un nombre.
- 2. Calculer son carré et le multiplier par 3.
- 3. Ajouter sept fois le nombre choisi.
- 4. Soustraire 6.

Programme B

- 1. Choisir un nombre.
- 2. Calculer 3 fois ce nombre moins 2.
- 3. Calculer le nombre choisi plus 3.
- 4. Multiplier les deux résultats.

- 1. Appliquer les deux programmes au nombre 5.
- 2. Exprimer le résultat de chacun en fonction de x .
- 3. Démontrer que les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 25, page 7.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 26, page 7.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 25 **[+] Consolidation : comparer deux écritures**

Le programme C calcule le carré du nombre choisi puis lui ajoute six fois ce nombre et enfin 9. Le programme D ajoute 3 au nombre choisi puis élève le résultat au carré.

1. Tester les deux programmes pour $x = -2$.
2. Exprimer le résultat de chaque programme en fonction de x .
3. Démontrer que les deux programmes sont équivalents.

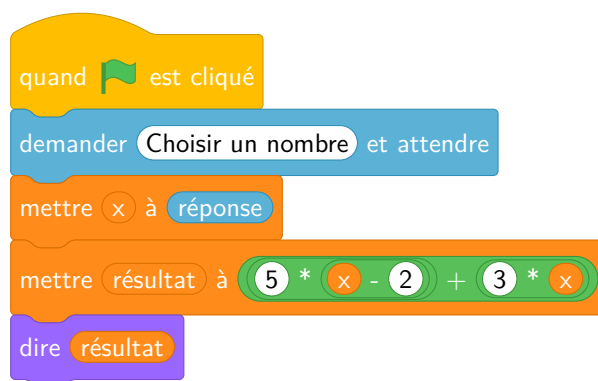
Exercice 26 **[*] Approfondissement : compléter un algorithme**

Saisir x
 $a \leftarrow \dots$
 $b \leftarrow \dots$
 $r \leftarrow a \times b$
 Afficher r

1. Compléter les deux lignes afin que l'algorithme calcule $9x^2 - 25$ sans utiliser de puissance.
2. Justifier les deux expressions choisies.
3. Donner la valeur affichée pour $x = -2$.

Thème VIII**Calcul littéral avec Scratch****Exercice 27 Lire un script Scratch**

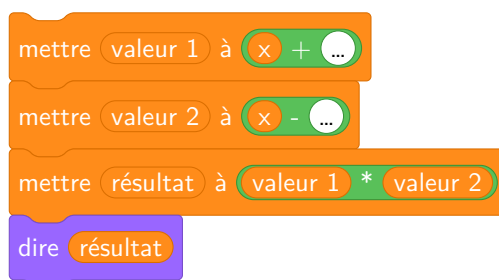
Source : D'après le DNB Antilles-Guyane, 30 juin 2026, exercice 3.



1. Quel résultat le lutin annonce-t-il si l'utilisateur saisit 1 ? Puis s'il saisit -3 ?
2. Exprimer le résultat en fonction de x , puis le réduire.

Exercice 28 Compléter un script

On souhaite que le script calcule $(x + 4)(x - 3)$.



1. Compléter le script.
2. Donner sous forme développée et réduite l'expression calculée.

Exercice 29 [!] Bilan : Scratch et identité remarquable

Source : D'après le sujet zéro officiel n° 1 du DNB 2026, partie 2, exercice 3.

Un script multiplie d'abord le nombre choisi par 2, calcule le carré du résultat, puis soustrait 9.

1. Compléter le bloc principal ci-dessous.



2. Exprimer et réduire le résultat en fonction de x .
3. Modifier le script pour calculer le même résultat sans calculer directement un carré.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 30, page 8.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 31, page 8.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

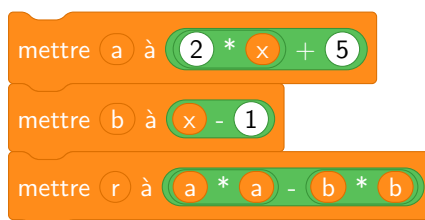
Exercice 30 [+] Consolidation : même structure

Un script doit calculer $(3x)^2 - 16$.

1. Écrire les blocs nécessaires.
2. Proposer une seconde version sans utiliser de puissance.
3. Justifier que les deux scripts sont équivalents.

Exercice 31 [*] Approfondissement : reconstruire le calcul

Un script contient seulement les trois blocs suivants :



1. Écrire l'expression calculée en fonction de x .
2. Factoriser cette expression.
3. Écrire un script équivalent utilisant uniquement des additions, soustractions et multiplications.

Thème IX

Automatismes du Brevet

Exercice 32 [FLASH] Automatismes : calcul littéral sans calculatrice

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée dans la version sujet.

Question 1

Source : D'après le DNB Asie, 15 juin 2026, partie 1, question 2.

Une forme développée de l'expression $(4x - 3)(4x + 3)$ est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$4x^2 - 9$	$16x^2 + 9$	$16x^2 - 9$	$8x^2 - 6$

Question 2

Source : D'après le DNB Centres étrangers, session 2026, partie 1, question 7.

Recopier la forme factorisée de l'expression $5x + 5$.

A. $5(x + 1)$ B. $5(x + 5)$ C. $10x$ D. $25x$

Question 3

Source : D'après le DNB Polynésie, session 2026, partie 1, question 6.

Développer et réduire l'expression

$$B(y) = 4y(3y - 1).$$

A. $12y^2 - 1$ B. $12y^2 - 4y$ C. $7y^2 - 4y$ D. $12y - 4$

Question 4

Source : D'après le DNB Antilles-Guyane, 30 juin 2026, partie 1, question 5.

On note n un nombre entier. Quelle expression donne la moitié de n ?

A. $2n$ B. n^2 C. $n + 2$ D. $\frac{n}{2}$

Thème X

Extraits du Brevet

Exercice 33 [DNB] Objectif Brevet : une identité remarquable dans un programme

Source : D'après le sujet zéro officiel n° 1 du DNB 2026, exercice 3.

On donne le programme de calcul suivant.

Programme de calcul

1. Choisir un nombre.
2. Le multiplier par 2.
3. Élever le résultat obtenu au carré.
4. Soustraire 9.

1. Vérifier qu'en choisissant 4, le programme affiche 55.
2. Exprimer le résultat en fonction de x .
3. Parmi 55, $(2x + 3)^2$, $(2x - 3)(2x + 3)$ et $(2x - 3)^2$, choisir une expression égale au résultat pour tout x . Justifier.

Exercice 34 [DNB] Objectif Brevet : deux programmes de calcul et Scratch

Source : D'après le DNB Centres étrangers, session 2026, exercice 3.

On considère les deux programmes suivants.

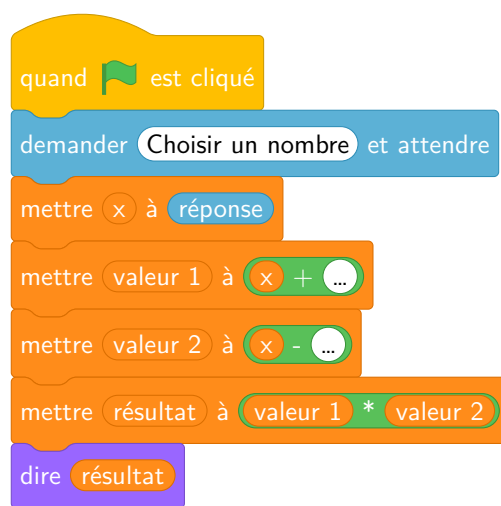
Programme A

1. Choisir un nombre.
2. Ajouter 6 au nombre choisi.
3. Soustraire 4 au nombre choisi.
4. Multiplier les deux résultats.

Programme B

1. Choisir un nombre.
2. Calculer son carré.
3. Soustraire 9.

1. Vérifier qu'en choisissant 1, on obtient -21 avec le programme A.
2. Calculer le résultat du programme B pour le nombre 10.
3. On choisit x comme nombre de départ. Montrer que le programme A donne $x^2 + 2x - 24$.
4. Recopier et compléter l'algorithme pour qu'il exécute le programme A.



Exercice 35 [DNB] Objectif Brevet : un programme à deux branches

Source : D'après le DNB Amérique du Nord, 29 mai 2024, exercice 2.

On considère le programme de calcul suivant. Les deux branches sont effectuées à partir du même nombre choisi, puis on multiplie les deux résultats obtenus.

Première branche

1. Choisir un nombre.
2. Ajouter 2.
3. Multiplier par 4.

Seconde branche

1. Reprendre le nombre choisi.
2. Le multiplier par 5.
3. Soustraire 3.

1. Montrer que si l'on choisit 2, le résultat final est 112.
2. Calculer le résultat obtenu lorsque l'on choisit -3 .
3. On choisit maintenant un nombre x . Parmi les expressions suivantes, lesquelles représentent le résultat final ?
 - A. $(x + 2 \times 4)(5x - 3)$
 - B. $(4x + 2)(5x - 3)$
 - C. $(4x + 8)(5x - 3)$
 - D. $4(x + 2)(5x - 3)$
4. Développer et réduire le résultat final.

Exercice 36 [DNB] Objectif Brevet : une différence de deux carrés

Source : D'après le DNB Métropole–La Réunion, 13 septembre 2021, exercice 3.

On considère le programme de calcul suivant.

Programme de calcul

1. Choisir un nombre.
2. Ajouter 2 à ce nombre.
3. Prendre le carré du résultat précédent.
4. Soustraire le carré du nombre de départ.

1. Vérifier que si l'on choisit 2, on obtient 12.
2. Calculer le résultat obtenu lorsque l'on choisit -8 .
3. On choisit maintenant un nombre x .
 3. a. Exprimer le résultat final en fonction de x .
 3. b. Montrer que $(x + 2)^2 - x^2 = 4x + 4$.
4. Si l'on choisit un nombre entier au départ, le résultat est-il toujours un multiple de 4 ? Justifier.

Thème XI

Bilan du chapitre

Exercice 37 [!] Bilan : synthèse de calcul littéral

Pour tout nombre x , on pose

$$F(x) = (2x + 3)^2 - (x - 1)^2 \quad \text{et} \quad G(x) = (2x + 3)(x - 1) - (2x + 3)^2.$$

1. Développer et réduire $F(x)$ et $G(x)$.
2. Factoriser $F(x)$ sans commencer par le développer.
3. Factoriser $G(x)$ en faisant apparaître un facteur commun.
4. Calculer $F(-2)$, $G\left(\frac{1}{2}\right)$ et $F(\sqrt{2})$, c'est-à-dire les valeurs de ces expressions pour $x = -2$, $x = \frac{1}{2}$ et $x = \sqrt{2}$. Pour chaque calcul, choisir la forme qui paraît la plus efficace.
5. Calculer $F(x) + G(x)$, puis factoriser l'expression obtenue.
6. On considère le programme de calcul suivant.

Programme de calcul

1. Choisir un nombre x .
2. Calculer le double de ce nombre, puis ajouter 3.
3. Soustraire 1 au nombre choisi.
4. Multiplier le résultat de l'étape 3 par la différence entre les résultats des étapes 2 et 3.

Quelle expression parmi $F(x)$, $G(x)$ et $F(x) + G(x)$ ce programme calcule-t-il ? Calculer ensuite $F(4) + G(4)$, c'est-à-dire la valeur de cette expression pour $x = 4$.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 38, page 13.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 39, page 13.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 38 **[+] Consolidation : même synthèse avec d'autres expressions**

Pour tout nombre x , on pose

$$F(x) = (3x - 2)^2 - (x + 4)^2 \quad \text{et} \quad G(x) = (3x - 2)(x + 4) - (3x - 2)^2.$$

1. Développer et réduire $F(x)$ et $G(x)$.
2. Factoriser $F(x)$ sans le développer.
3. Factoriser $G(x)$ en faisant apparaître un facteur commun.
4. Calculer $F(2)$ et $G(2)$, c'est-à-dire les valeurs de F et G pour $x = 2$, en choisissant les formes les plus efficaces.
5. Calculer $F(x) + G(x)$, puis factoriser cette expression.
6. Rédiger un programme de calcul qui prend x comme nombre de départ et calcule $F(x) + G(x)$ avec le moins d'opérations possible.

Exercice 39 **[*] Approfondissement : synthèse et propriété arithmétique**

Pour tout nombre x , on pose

$$A(x) = 4x - 1 \quad \text{et} \quad B(x) = 2x + 3,$$

puis

$$F(x) = A(x)^2 - B(x)^2 \quad \text{et} \quad G(x) = A(x)B(x) - A(x)^2.$$

1. Sans développer, factoriser complètement $F(x)$ et $G(x)$.
2. Développer et réduire $F(x)$, puis vérifier le résultat à partir de sa forme factorisée.
3. Calculer exactement $F\left(-\frac{3}{2}\right)$ et $G(\sqrt{2})$, c'est-à-dire les valeurs de F et G pour $x = -\frac{3}{2}$ et $x = \sqrt{2}$, en choisissant les formes les plus adaptées.
4. Montrer de deux façons différentes que

$$F(x) + G(x) = 2(2x + 3)(x - 2).$$

5. En déduire que, lorsque x est un entier, le résultat $F(x) + G(x)$ est toujours pair.
6. Un programme demande un nombre x , calcule successivement $2x + 3$, puis $x - 2$, multiplie les deux résultats et double le produit. Expliquer pourquoi ce programme calcule $F(x) + G(x)$, puis calculer $F(10) + G(10)$, c'est-à-dire la valeur obtenue pour $x = 10$.

Thème XII

Hors programme : forme canonique

Méthode : compléter le carré

Pour transformer une expression $x^2 + bx + c$, on utilise

$$x^2 + bx = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

On obtient ainsi la forme canonique (vertex form)

$$x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + c - \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

Si cette forme est une différence de deux carrés, on peut ensuite appliquer $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ pour factoriser.

Exemple résolu

On considère l'expression

$$P(x) = x^2 - 8x + 7.$$

On souhaite écrire $P(x)$ sous forme canonique, la factoriser, puis déterminer son extremum.

1. Écriture sous forme canonique

La moitié de -8 est -4 . On fait donc apparaître $(x - 4)^2$:

$$\begin{aligned} P(x) &= x^2 - 8x + 16 - 16 + 7 \\ &= (x - 4)^2 - 9. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\boxed{P(x) = (x - 4)^2 - 9}.$$

2. Factorisation

Comme $9 = 3^2$, on reconnaît une différence de deux carrés :

$$\begin{aligned} P(x) &= (x - 4)^2 - 3^2 \\ &= [(x - 4) - 3][(x - 4) + 3] \\ &= \boxed{(x - 7)(x - 1)}. \end{aligned}$$

3. Détermination de l'extremum

Pour tout nombre x :

$$(x - 4)^2 \geq 0.$$

Par conséquent :

$$(x - 4)^2 - 9 \geq -9,$$

donc :

$$P(x) \geq -9.$$

A ce stade on vient de montrer que (-9) est UN MINORANT de P . Or c'est en fait LE MINIMUM de P car l'égalité est obtenue lorsque :

$$(x - 4)^2 = 0,$$

c'est-à-dire pour $x = 4$.

Ainsi :

$$\boxed{\text{Le minimum de } P \text{ est } -9, \text{ atteint pour } x = 4.}$$

À retenir

Si une expression est écrite sous la forme

$$a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

alors l'extremum est atteint pour $x = \alpha$:

- si $a > 0$, l'expression admet un minimum égal à β ;
- si $a < 0$, l'expression admet un maximum égal à β .

Exercice 40 [HP] Hors programme : forme canonique, factorisation et extremum

Pour chacune des expressions suivantes :

1. écrire l'expression sous forme canonique ;
2. la factoriser ;
3. déterminer son minimum ou son maximum, puis préciser pour quelle valeur de x il est atteint.

$$A(x) = x^2 + 6x + 5,$$

$$B(x) = x^2 - 10x + 21,$$

$$C(x) = 2x^2 + 12x + 10,$$

$$D(x) = -x^2 + 8x - 7.$$

Pour $C(x)$ et $D(x)$, on commencera par mettre le coefficient de x^2 en facteur.

Thème XIII

Now we can talk

Exercice 41 [EN] English Challenge ★★ : A hidden common factor

Factor completely, without expanding first :

$$A(x) = (2x + 4)^2 - (x + 2)(x + 3).$$

Then expand your factorized answer to check it.

Exercice 42 ★★★ : une différence de carrés bien cachée

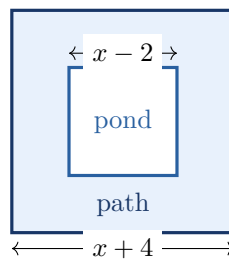
Factoriser complètement, sans commencer par développer :

$$B(x) = (3x - 2)^2 - (x + 4)^2.$$

Développer ensuite la forme obtenue pour contrôler le résultat.

Exercice 43 [EN] English Challenge ★★★ : The square garden

A square garden has side length $x + 4$ metres. A square pond with side length $x - 2$ metres is built inside it, where $x > 2$.



1. Write an expression for the area of the path surrounding the pond.
2. Factor the expression without expanding first.
3. Calculate this area when $x = 6$.

Exercice 44 ★★★ : démontrer une propriété arithmétique

On choisit trois entiers consécutifs n , $n + 1$ et $n + 2$. On additionne le produit des deux premiers et le produit des deux derniers.

1. Écrire le résultat en fonction de n .
2. Factoriser cette expression.
3. Démontrer que le résultat est toujours le double d'un carré parfait.

Exercice 45 [EN] English Challenge ★★★ : Factor by completing a square

The expression $C(x) = x^2 + 2x - 3$ does not immediately match a special product formula. Add and subtract the same number to rewrite it as a difference of two squares, then factor it completely.

↩ Fin du TD ↪