

TD – EXERCICES

Chapitre 2

Calcul littéral

Version corrigée – Version imprimable

Sommaire

I	Évaluer et réduire une expression	2
II	Développer une expression	2
III	Factoriser par un facteur commun	4
IV	Identités remarquables	5
V	Factorisations classiques	7
VI	Choisir une forme adaptée	9
VII	Programmes de calcul et algorithmes	12
VIII	Calcul littéral avec Scratch	14
IX	Automatismes du Brevet	17
X	Extraits du Brevet	19
XI	Bilan du chapitre	22
XII	Hors programme : forme canonique	27
XIII	Now we can talk	31

Objectifs du TD

- Évaluer, réduire, développer et factoriser une expression littérale.
- Utiliser les trois identités remarquables dans les deux sens.
- Choisir la forme la plus adaptée d'une expression.
- Traduire un programme de calcul ou un algorithme par une expression.
- S'entraîner aux automatismes et aux exercices du Brevet, sans équations.

Thème I

Évaluer et réduire une expression

Exercice 1 Substituer une valeur

1. Pour $A(x) = 2x^2 - 5x + 4$, calculer $A(3)$, c'est-à-dire la valeur de A pour $x = 3$.
2. Puis calculer $A(-2)$, c'est-à-dire la valeur de A pour $x = -2$.
3. Calculer ensuite $B(-1 ; 3)$ pour $B(x ; y) = 3x - 2y + 5$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$\begin{aligned} A(3) &= 2 \times 3^2 - 5 \times 3 + 4 = 18 - 15 + 4 = \boxed{7}, \\ A(-2) &= 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 4 = 8 + 10 + 4 = \boxed{22}, \\ B(-1 ; 3) &= 3 \times (-1) - 2 \times 3 + 5 = -3 - 6 + 5 = \boxed{-4}. \end{aligned}$$

Exercice 2 Réduire avant de calculer

$$C(x) = 7x - 4 + 3x + 9 \quad D(x) = 5x^2 - 2x + 4 - 3x^2 + 7x.$$

1. Réduire $C(x)$ et $D(x)$.
2. Calculer $C(-3)$ et $D(-3)$, c'est-à-dire les valeurs de C et D pour $x = -3$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$\begin{aligned} C(x) &= 10x + 5 & C(-3) &= 10 \times (-3) + 5 = \boxed{-25}, \\ D(x) &= 2x^2 + 5x + 4 & D(-3) &= 2 \times 9 - 15 + 4 = \boxed{7}. \end{aligned}$$

Thème II

Développer une expression

Exercice 3 Distributivité simple et double

Développer et réduire :

- a) $A(x) = 5x(3x - 4)$;
- b) $B(x) = -3(2x - 7)$;
- c) $C(x) = (2x + 5)(x - 3)$;
- d) $D(x) = (4 - x)(2x + 1)$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$\text{a) } A(x) = \boxed{15x^2 - 20x}.$$

b) $B(x) = \boxed{-6x + 21}$.

c) $C(x) = 2x^2 - 6x + 5x - 15 = \boxed{2x^2 - x - 15}$.

d) $D(x) = 8x + 4 - 2x^2 - x = \boxed{-2x^2 + 7x + 4}$.

Exercice 4 [!] Bilan : calculer sans erreur de signe

On considère $E(x) = (2x - 5)^2 - 3x(x + 1)$.

1. Calculer $E(2)$, c'est-à-dire la valeur de E pour $x = 2$, à partir de l'expression donnée.
2. Développer et réduire $E(x)$.
3. Vérifier le résultat de la question 1 avec la forme développée.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 5, page 3.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 6, page 4.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1.

$$E(2) = (4 - 5)^2 - 3 \times 2 \times (2 + 1) = 1 - 18 = \boxed{-17}.$$

2.

$$\begin{aligned} E(x) &= 4x^2 - 20x + 25 - 3x^2 - 3x \\ &= \boxed{x^2 - 23x + 25}. \end{aligned}$$

3.

$$E(2) = 2^2 - 23 \times 2 + 25 = 4 - 46 + 25 = \boxed{-17}.$$

Exercice 5 [+] Consolidation : deux formes d'un même calcul

Soit $F(x) = (x + 4)^2 - 2x(x - 1)$.

1. Calculer directement $F(-2)$, c'est-à-dire la valeur de F pour $x = -2$.
2. Développer et réduire $F(x)$.
3. Vérifier la valeur de $F(-2)$ avec la forme développée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$F(-2) = (-2 + 4)^2 - 2 \times (-2) \times (-3) = 4 - 12 = \boxed{-8},$$

$$F(x) = x^2 + 8x + 16 - 2x^2 + 2x = \boxed{-x^2 + 10x + 16},$$

$$F(-2) = -(-2)^2 + 10 \times (-2) + 16 = -4 - 20 + 16 = \boxed{-8}.$$

Exercice 6 [*] Approfondissement : valeur exacte

Soit $G(x) = (3x - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$.

1. Développer et réduire $G(x)$.
2. Calculer $G\left(\frac{1}{3}\right)$, c'est-à-dire la valeur de G pour $x = \frac{1}{3}$.
3. Calculer $G(\sqrt{2})$, c'est-à-dire la valeur de G pour $x = \sqrt{2}$, sous forme exacte.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$G(x) = 9x^2 - 6x + 1 - (4x^2 - 1) = \boxed{5x^2 - 6x + 2},$$

$$G\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{9} - 2 + 2 = \boxed{\frac{5}{9}},$$

$$G(\sqrt{2}) = 10 - 6\sqrt{2} + 2 = \boxed{12 - 6\sqrt{2}}.$$

Thème III

Factoriser par un facteur commun

Exercice 7 Faire apparaître un facteur commun

Factoriser :

- $A(x) = 12x + 18$;
- $B(x) = 15x^2 - 10x$;
- $C(x) = 5x(x - 4) + 3(x - 4)$;
- $D(x) = (x - 3)(2x + 5) + 4(x - 3)$;
- $E(x) = (x + 1)(2x - 3) - (2x - 3)^2$;
- $F(x) = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x - 5)$;
- $G(x) = (2x - 1)(x + 6) + (1 - 2x)(3x - 4)$;
- $H(x) = (x + 3)(4x - 1) - (x + 3)$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

- $A(x) = 6 \times 2x + 6 \times 3 = \boxed{6(2x + 3)}$.
- $B(x) = 5x \times 3x - 5x \times 2 = \boxed{5x(3x - 2)}$.
- $C(x) = (x - 4)(5x + 3) = \boxed{(x - 4)(5x + 3)}$.
- $D(x) = (x - 3)[(2x + 5) + 4] = \boxed{(x - 3)(2x + 9)}$.
- $E(x) = (2x - 3)[(x + 1) - (2x - 3)] = \boxed{(2x - 3)(4 - x)}$.
- $F(x) = (3x + 2)[(3x + 2) - (x - 5)] = \boxed{(3x + 2)(2x + 7)}$.
- Comme $1 - 2x = -(2x - 1)$,

$$G(x) = (2x - 1)[(x + 6) - (3x - 4)] = \boxed{2(2x - 1)(5 - x)}.$$

h) Le second terme peut s'écrire $(x + 3) \times 1$. Ainsi,

$$H(x) = (x + 3)[(4x - 1) - 1] = \boxed{2(x + 3)(2x - 1)}.$$

Thème IV

Identités remarquables

Exercice 8 Développer directement

Développer directement :

$$E(x) = (x + 6)^2 \quad F(x) = (2x - 5)^2 \quad G(x) = (3x - 4)(3x + 4) \quad H(x) = (7 - x)^2.$$

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$E(x) = \boxed{x^2 + 12x + 36},$$

$$F(x) = \boxed{4x^2 - 20x + 25},$$

$$G(x) = \boxed{9x^2 - 16},$$

$$H(x) = \boxed{x^2 - 14x + 49}.$$

Exercice 9 Compléter des identités remarquables

Recopier et compléter chaque égalité sans effectuer un développement posé.

1. $(2x - \dots)^2 = \dots - 12x + \dots$

4. $\dots + 20x + 25 = (2x + \dots)^2$

2. $(\dots + 5)^2 = 9x^2 + \dots + 25$

5. $81x^2 - \dots = (9x - 4)(9x + 4)$

3. $(4x - \dots)(4x + \dots) = 16x^2 - 49$

6. $(5 - \dots)^2 = 25 - 30x + \dots$

Corrigé ci-dessous



Corrigé

On reconnaît successivement le carré d'une différence, le carré d'une somme et la différence de deux carrés :

$$(2x - 3)^2 = \boxed{4x^2 - 12x + 9},$$

$$(3x + 5)^2 = \boxed{9x^2 + 30x + 25},$$

$$(4x - 7)(4x + 7) = \boxed{16x^2 - 49},$$

$$4x^2 + 20x + 25 = \boxed{(2x + 5)^2},$$

$$81x^2 - 16 = \boxed{(9x - 4)(9x + 4)},$$

$$(5 - 3x)^2 = \boxed{25 - 30x + 9x^2}.$$

Exercice 10 Choisir l'identité adaptée

Utiliser une identité remarquable pour répondre sans effectuer de long développement.

1. Factoriser $Q(x) = 25x^2 + 40x + 16$.

2. Factoriser $R(x) = 49x^2 - 36$.

3. Factoriser $S(x) = 9x^2 - 30x + 25$.
4. Réduire $T(x) = (7x + 2)^2 - (7x - 2)^2$.
5. Calculer mentalement $1001^2 - 999^2$.
6. Montrer que $U(x) = (x + 5)^2 - (x - 5)^2$ est un multiple de 20 lorsque x est un entier.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. $Q(x)$ est le carré d'une somme :

$$Q(x) = (5x + 4)^2.$$

2. $R(x)$ est une différence de deux carrés :

$$R(x) = (7x - 6)(7x + 6).$$

3. $S(x)$ est le carré d'une différence :

$$S(x) = (3x - 5)^2.$$

4. En utilisant $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$,

$$\begin{aligned} T(x) &= [(7x + 2) - (7x - 2)][(7x + 2) + (7x - 2)] \\ &= 4 \times 14x \\ &= 56x. \end{aligned}$$

- 5.

$$\begin{aligned} 1001^2 - 999^2 &= (1001 - 999)(1001 + 999) \\ &= 2 \times 2000 \\ &= 4000. \end{aligned}$$

- 6.

$$\begin{aligned} U(x) &= [(x + 5) - (x - 5)][(x + 5) + (x - 5)] \\ &= 10 \times 2x \\ &= 20x. \end{aligned}$$

Si x est entier, $20x$ est bien un multiple de 20.

Exercice 11 **[!] Bilan : développements combinés**

Développer et réduire :

$$I(x) = (3x - 2)^2 - 2(x + 1)(x - 4) \quad J(x) = (5x - 1)(5x + 1) + 3x(2 - x).$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 12, page 7.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 13, page 7.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$\begin{aligned}
 I(x) &= 9x^2 - 12x + 4 - 2(x^2 - 3x - 4) \\
 &= 9x^2 - 12x + 4 - 2x^2 + 6x + 8 = \boxed{7x^2 - 6x + 12}, \\
 J(x) &= 25x^2 - 1 + 6x - 3x^2 = \boxed{22x^2 + 6x - 1}.
 \end{aligned}$$

Exercice 12 **[+]** Consolidation : même méthode

Développer et réduire $K(x) = (2x + 3)^2 - 3(x - 2)(x + 1)$ et $L(x) = (4x - 3)(4x + 3) + 2x(5 - x)$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$\begin{aligned}
 K(x) &= 4x^2 + 12x + 9 - 3(x^2 - x - 2) = \boxed{x^2 + 15x + 15}, \\
 L(x) &= 16x^2 - 9 + 10x - 2x^2 = \boxed{14x^2 + 10x - 9}.
 \end{aligned}$$

Exercice 13 **[*]** Approfondissement : attention aux signes

Développer et réduire $M(x) = x - (-2x + 5)^2$ et $N(x) = (-x - 1)^2 - (-x + 2)^2$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$\begin{aligned}
 M(x) &= x - (4x^2 - 20x + 25) = \boxed{-4x^2 + 21x - 25}, \\
 N(x) &= (x + 1)^2 - (x - 2)^2 \\
 &= x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 4x + 4) = \boxed{6x - 3}.
 \end{aligned}$$

Thème V**Factorisations classiques****Exercice 14** Reconnaître une identité remarquable

Factoriser :

$$D(x) = x^2 + 10x + 25 \quad E(x) = 9x^2 - 24x + 16 \quad F(x) = 49 - 4x^2.$$

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$\begin{aligned}
 D(x) &= \boxed{(x + 5)^2}, & E(x) &= \boxed{(3x - 4)^2}, \\
 F(x) &= \boxed{(7 - 2x)(7 + 2x)}.
 \end{aligned}$$

Exercice 15 **[!]** Bilan : choisir la bonne factorisation

Factoriser :

$$H(x) = (2x - 3)(x + 4) - (2x - 3)(5x - 1), \quad I(x) = (3x + 2)^2 - (x - 4)^2.$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 16, page 8.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 17, page 8.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

$$\begin{aligned} H(x) &= (2x - 3)[(x + 4) - (5x - 1)] = \boxed{(2x - 3)(5 - 4x)}, \\ I(x) &= [(3x + 2) - (x - 4)][(3x + 2) + (x - 4)] \\ &= (2x + 6)(4x - 2) = \boxed{4(x + 3)(2x - 1)}. \end{aligned}$$

Exercice 16 **[+] Consolidation : facteur commun ou différence de carrés**Factoriser $J(x) = (x + 2)(3x - 1) - 5(x + 2)$ et $K(x) = (2x + 5)^2 - (x - 1)^2$.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

$$\begin{aligned} J(x) &= (x + 2)(3x - 1 - 5) = \boxed{3(x + 2)(x - 2)}, \\ K(x) &= (2x + 5 - x + 1)(2x + 5 + x - 1) = \boxed{(x + 6)(3x + 4)}. \end{aligned}$$

Exercice 17 **[*] Approfondissement : faire apparaître le facteur commun**Factoriser $L(x) = (x - 3)^2 + 4x - 12$ et $M(x) = 4x^2 + 4x + 1 - (6x + 3)(x + 1)$.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

Comme $4x - 12 = 4(x - 3)$ et $6x + 3 = 3(2x + 1)$:

$$\begin{aligned} L(x) &= (x - 3)(x - 3) + 4(x - 3) = \boxed{(x - 3)(x + 1)}, \\ M(x) &= (2x + 1)^2 - 3(2x + 1)(x + 1) \\ &= (2x + 1)[(2x + 1) - 3(x + 1)] = \boxed{-(2x + 1)(x + 2)}. \end{aligned}$$

Thème VI

Choisir une forme adaptée

Exercice 18 Développer, factoriser, puis calculer

On considère $P(x) = (2x + 1)^2 - (x - 2)^2$.

1. Développer et réduire $P(x)$.
2. Factoriser $P(x)$ sans le développer.
3. Calculer $P(2)$, $P(-1)$ et $P\left(-\frac{2}{3}\right)$, c'est-à-dire les valeurs de P pour $x = 2$, $x = -1$ et $x = -\frac{2}{3}$, en choisissant chaque fois la forme la plus efficace.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1.

$$P(x) = 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 - 4x + 4) = \boxed{3x^2 + 8x - 3}.$$

2.

$$\begin{aligned} P(x) &= [(2x + 1) - (x - 2)][(2x + 1) + (x - 2)] \\ &= \boxed{(x + 3)(3x - 1)}. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} P(2) &= (2 + 3)(6 - 1) = \boxed{25}, \\ P(-1) &= (-1 + 3)(-3 - 1) = \boxed{-8}, \\ P\left(-\frac{2}{3}\right) &= 3 \times \frac{4}{9} + 8 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 3 = \boxed{-7}. \end{aligned}$$

Exercice 19 [!] Bilan : trois écritures d'une expression

On considère $Q(x) = (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3)$.

1. Développer et réduire $Q(x)$.
2. Factoriser $Q(x)$.
3. Calculer $Q(2)$, $Q(-1)$ et $Q\left(-\frac{4}{5}\right)$, c'est-à-dire les valeurs de Q pour $x = 2$, $x = -1$ et $x = -\frac{4}{5}$, avec la forme la plus adaptée.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 20, page 10.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 21, page 10.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1.

$$Q(x) = -x^2 + x + 2 - 4x^2 - 10x - 6 = \boxed{-5x^2 - 9x - 4}.$$

2.

$$Q(x) = (x+1)[(2-x) - 2(2x+3)] = \boxed{(x+1)(-5x-4)}.$$

3.

$$Q(2) = 3 \times (-14) = \boxed{-42}, \quad Q(-1) = \boxed{0},$$

$$Q\left(-\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right) \times 0 = \boxed{0}.$$

Exercice 20 **[+]** Consolidation : même structure

Soit $R(x) = (x-2)(3x+1) + (x-2)(x+5)$.

1. Développer et réduire $R(x)$.
2. Factoriser $R(x)$.
3. Calculer $R(2)$ et $R\left(-\frac{3}{2}\right)$ avec la forme la plus adaptée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

$$R(x) = 3x^2 - 5x - 2 + x^2 + 3x - 10$$

$$= \boxed{4x^2 - 2x - 12}.$$

On factorise ensuite par le facteur commun $x-2$:

$$R(x) = (x-2)[(3x+1) + (x+5)]$$

$$= (x-2)(4x+6)$$

$$= \boxed{2(x-2)(2x+3)}.$$

Enfin, la forme factorisée est la plus efficace :

$$R(2) = 2(2-2)(2 \times 2 + 3)$$

$$= \boxed{0},$$

$$R\left(-\frac{3}{2}\right) = 2\left(-\frac{3}{2} - 2\right)\left(2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3\right)$$

$$= \boxed{0}.$$

Exercice 21 **[*]** Approfondissement : calcul exact

Soit $S(x) = (-1+2x)^2 - (3-6x)(1-x)$.

1. Montrer que $S(x) = -2x^2 + 5x - 2$.
2. Montrer, à l'aide d'une factorisation, que $S(x) = (1-2x)(x-2)$.
3. Calculer $S\left(\frac{1}{2}\right)$ et $S(\sqrt{2})$, c'est-à-dire les valeurs de S pour $x = \frac{1}{2}$ et $x = \sqrt{2}$, avec la forme la plus adaptée.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. On développe et on réduit :

$$\begin{aligned} S(x) &= 1 - 4x + 4x^2 - (3 - 9x + 6x^2) \\ &= 1 - 4x + 4x^2 - 3 + 9x - 6x^2 \\ &= \boxed{-2x^2 + 5x - 2}. \end{aligned}$$

2. On remarque que $3 - 6x = 3(1 - 2x)$:

$$\begin{aligned} S(x) &= (1 - 2x)^2 - 3(1 - 2x)(1 - x) \\ &= (1 - 2x)[(1 - 2x) - 3(1 - x)] \\ &= (1 - 2x)(x - 2). \end{aligned}$$

Ainsi, $\boxed{S(x) = (1 - 2x)(x - 2)}$.

3. La forme factorisée donne immédiatement :

$$\begin{aligned} S\left(\frac{1}{2}\right) &= \left(1 - 2 \times \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - 2\right) \\ &= \boxed{0}. \end{aligned}$$

Pour $\sqrt{2}$, la forme développée est plus efficace :

$$\begin{aligned} S(\sqrt{2}) &= -2(\sqrt{2})^2 + 5\sqrt{2} - 2 \\ &= -4 + 5\sqrt{2} - 2 \\ &= \boxed{5\sqrt{2} - 6}. \end{aligned}$$

Thème VII

Programmes de calcul et algorithmes

Exercice 22 Traduire un programme de calcul

Programme A

1. Choisir un nombre.
2. Soustraire 3.
3. Élever le résultat au carré.

1. Appliquer le programme à 1, puis à -2 .
2. En notant x le nombre choisi, écrire le résultat sous forme factorisée puis développée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1. Pour 1 : $(1 - 3)^2 = \boxed{4}$. Pour -2 : $(-2 - 3)^2 = \boxed{25}$.
2. Le résultat est $\boxed{(x - 3)^2}$, soit, après développement, $\boxed{x^2 - 6x + 9}$.

Exercice 23 Lire un algorithme

Algorithme B

1. Saisir x .
2. Affecter $2x - 3$ à a .
3. Affecter $2x + 3$ à b .
4. Affecter $a \times b$ à r .
5. Afficher r .

1. Que renvoie l'algorithme pour $x = 4$?
2. Exprimer r en fonction de x , sous forme factorisée puis développée.
3. Expliquer pourquoi cet algorithme calcule aussi $(2x)^2 - 9$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1. $a = 5$, $b = 11$, donc $r = 5 \times 11 = \boxed{55}$.
- 2.

$$r = \boxed{(2x - 3)(2x + 3)} = \boxed{4x^2 - 9}.$$

3. Il s'agit de l'identité $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, avec $a = 2x$ et $b = 3$.

Exercice 24 [!] Bilan : deux programmes équivalents

Source : D'après le DNB Asie, 15 juin 2026, exercice 3.

Programme A

1. Choisir un nombre.
2. Calculer son carré et le multiplier par 3.
3. Ajouter sept fois le nombre choisi.
4. Soustraire 6.

Programme B

1. Choisir un nombre.
2. Calculer 3 fois ce nombre moins 2.
3. Calculer le nombre choisi plus 3.
4. Multiplier les deux résultats.

1. Appliquer les deux programmes au nombre 5.
2. Exprimer le résultat de chacun en fonction de x .
3. Démontrer que les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 25, page 13.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 26, page 13.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1. Le programme A donne $3 \times 25 + 7 \times 5 - 6 = 104$. Le programme B donne $(15 - 2)(5 + 3) = 13 \times 8 = 104$.
2. Les résultats sont respectivement $3x^2 + 7x - 6$ et $(3x - 2)(x + 3)$.
- 3.

$$\begin{aligned}(3x - 2)(x + 3) &= 3x^2 + 9x - 2x - 6 \\ &= 3x^2 + 7x - 6.\end{aligned}$$

Ainsi, les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Exercice 25 **[+]** Consolidation : comparer deux écritures

Le programme C calcule le carré du nombre choisi puis lui ajoute six fois ce nombre et enfin 9. Le programme D ajoute 3 au nombre choisi puis élève le résultat au carré.

1. Tester les deux programmes pour $x = -2$.
2. Exprimer le résultat de chaque programme en fonction de x .
3. Démontrer que les deux programmes sont équivalents.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

Pour $x = -2$, les deux programmes donnent 1. Le programme C donne $x^2 + 6x + 9$ et le programme D donne $(x + 3)^2$. Or $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$: ils sont donc équivalents.

Exercice 26 **[*]** Approfondissement : compléter un algorithme

```
Saisir x
a ← ...
b ← ...
r ← a × b
Afficher r
```

1. Compléter les deux lignes afin que l'algorithme calcule $9x^2 - 25$ sans utiliser de puissance.

- Justifier les deux expressions choisies.
- Donner la valeur affichée pour $x = -2$.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

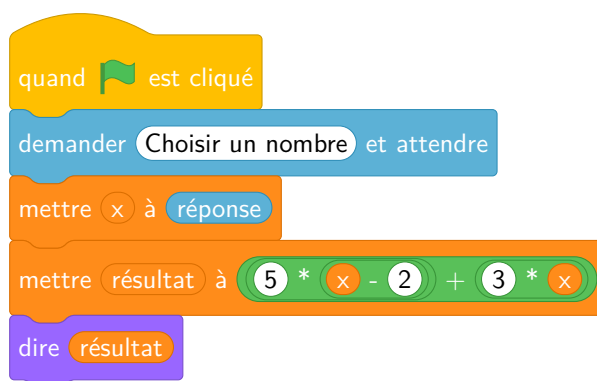
On utilise $9x^2 - 25 = (3x - 5)(3x + 5)$:

$$\boxed{a \leftarrow 3x - 5} \quad \boxed{b \leftarrow 3x + 5}.$$

Pour $x = -2$, $a = -11$ et $b = -1$, donc l'algorithme affiche $\boxed{11}$.

Thème VIII**Calcul littéral avec Scratch****Exercice 27 Lire un script Scratch**

Source : D'après le DNB Antilles-Guyane, 30 juin 2026, exercice 3.



- Quel résultat le lutin annonce-t-il si l'utilisateur saisit 1 ? Puis s'il saisit -3 ?
- Exprimer le résultat en fonction de x , puis le réduire.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

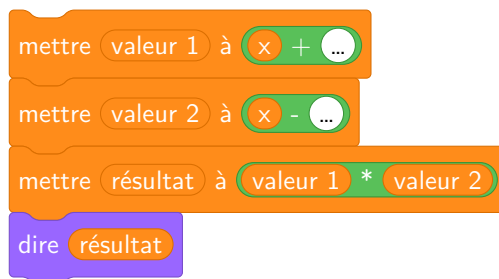
1. Pour $x = 1$, $5(1 - 2) + 3 = \boxed{-2}$. Pour $x = -3$, $5(-3 - 2) + 3 \times (-3) = \boxed{-34}$.

2.

$$\begin{aligned} 5(x - 2) + 3x &= 5x - 10 + 3x \\ &= \boxed{8x - 10}. \end{aligned}$$

Exercice 28 Compléter un script

On souhaite que le script calcule $(x + 4)(x - 3)$.



1. Compléter le script.
2. Donner sous forme développée et réduite l'expression calculée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

On complète avec 4 et 3. Ensuite :

$$\begin{aligned}(x + 4)(x - 3) &= x^2 - 3x + 4x - 12 \\ &= \boxed{x^2 + x - 12}.\end{aligned}$$

Exercice 29 [!] Bilan : Scratch et identité remarquable

Source : D'après le sujet zéro officiel n° 1 du DNB 2026, partie 2, exercice 3.

Un script multiplie d'abord le nombre choisi par 2, calcule le carré du résultat, puis soustrait 9.

1. Compléter le bloc principal ci-dessous.



2. Exprimer et réduire le résultat en fonction de x .
3. Modifier le script pour calculer le même résultat sans calculer directement un carré.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 30, page 15.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 31, page 16.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1. On complète par 2 et 9.
2. Le résultat est $(2x)^2 - 9 = \boxed{4x^2 - 9}$.
3. Comme $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$, on peut créer deux variables contenant $2x - 3$ et $2x + 3$, puis les multiplier.

Exercice 30 [+] Consolidation : même structure

Un script doit calculer $(3x)^2 - 16$.

1. Écrire les blocs nécessaires.

- Proposer une seconde version sans utiliser de puissance.
- Justifier que les deux scripts sont équivalents.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

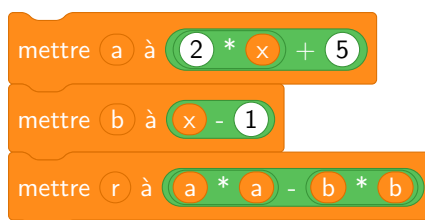
La première version calcule $(3x)^2 - 16$. Pour la seconde, on utilise

$$\begin{aligned}(3x)^2 - 16 &= (3x)^2 - 4^2 \\ &= \boxed{(3x - 4)(3x + 4)}.\end{aligned}$$

Le script crée donc les valeurs $3x - 4$ et $3x + 4$, puis les multiplie.

Exercice 31 **[*] Approfondissement : reconstruire le calcul**

Un script contient seulement les trois blocs suivants :



- Écrire l'expression calculée en fonction de x .
- Factoriser cette expression.
- Écrire un script équivalent utilisant uniquement des additions, soustractions et multiplications.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

$$\begin{aligned}r &= (2x + 5)^2 - (x - 1)^2 \\ &= [(2x + 5) - (x - 1)][(2x + 5) + (x - 1)] \\ &= \boxed{(x + 6)(3x + 4)}.\end{aligned}$$

Le script équivalent affecte $x + 6$ à a , $3x + 4$ à b , puis $a \times b$ à r .

Thème IX

Automatismes du Brevet

Exercice 32 [FLASH] Automatismes : calcul littéral sans calculatrice

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée dans la version sujet.

Question 1

Source : D'après le DNB Asie, 15 juin 2026, partie 1, question 2.

Une forme développée de l'expression $(4x - 3)(4x + 3)$ est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$4x^2 - 9$	$16x^2 + 9$	$16x^2 - 9$	$8x^2 - 6$



Corrigé

On reconnaît l'identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$:

$$\begin{aligned}(4x - 3)(4x + 3) &= (4x)^2 - 3^2 \\ &= 16x^2 - 9.\end{aligned}$$

Réponse C : $16x^2 - 9$

Question 2

Source : D'après le DNB Centres étrangers, session 2026, partie 1, question 7.

Recopier la forme factorisée de l'expression $5x + 5$.

A. $5(x + 1)$ B. $5(x + 5)$ C. $10x$ D. $25x$



Corrigé

On met le facteur commun 5 en évidence :

$$\begin{aligned}5x + 5 &= 5 \times x + 5 \times 1 \\ &= 5(x + 1).\end{aligned}$$

Réponse A : $5(x + 1)$

Question 3

Source : D'après le DNB Polynésie, session 2026, partie 1, question 6.

Développer et réduire l'expression

$$B(y) = 4y(3y - 1).$$

A. $12y^2 - 1$ B. $12y^2 - 4y$ C. $7y^2 - 4y$ D. $12y - 4$

**Corrigé**

On distribue $4y$ dans la parenthèse :

$$\begin{aligned} B(y) &= 4y \times 3y - 4y \times 1 \\ &= 12y^2 - 4y. \end{aligned}$$

Réponse B : $B(y) = 12y^2 - 4y$

Question 4

Source : D'après le DNB Antilles–Guyane, 30 juin 2026, partie 1, question 5.

On note n un nombre entier. Quelle expression donne la moitié de n ?

A. $2n$ B. n^2 C. $n + 2$ D. $\frac{n}{2}$

**Corrigé**

Prendre la moitié d'un nombre revient à le diviser par 2.

Réponse D : $\frac{n}{2}$

Thème X

Extraits du Brevet

Exercice 33 [DNB] Objectif Brevet : une identité remarquable dans un programme

Source : D'après le sujet zéro officiel n° 1 du DNB 2026, exercice 3.

On donne le programme de calcul suivant.

Programme de calcul

1. Choisir un nombre.
2. Le multiplier par 2.
3. Élever le résultat obtenu au carré.
4. Soustraire 9.

1. Vérifier qu'en choisissant 4, le programme affiche 55.
2. Exprimer le résultat en fonction de x .
3. Parmi 55, $(2x + 3)^2$, $(2x - 3)(2x + 3)$ et $(2x - 3)^2$, choisir une expression égale au résultat pour tout x . Justifier.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1. On applique successivement les quatre étapes :

$$\begin{aligned} 4 \times 2 &= 8, \\ 8^2 &= 64, \\ 64 - 9 &= 55. \end{aligned}$$

Le programme affiche donc 55.

2. Le résultat est $4x^2 - 9$.

- 3.

$$\begin{aligned} 4x^2 - 9 &= (2x)^2 - 3^2 \\ &= \boxed{(2x - 3)(2x + 3)}. \end{aligned}$$

Exercice 34 [DNB] Objectif Brevet : deux programmes de calcul et Scratch

Source : D'après le DNB Centres étrangers, session 2026, exercice 3.

On considère les deux programmes suivants.

Programme A

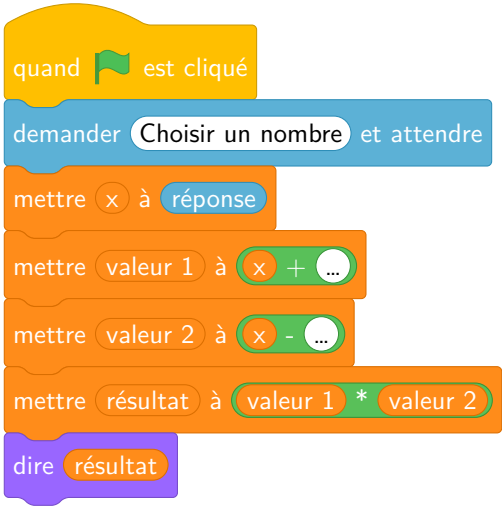
1. Choisir un nombre.
2. Ajouter 6 au nombre choisi.
3. Soustraire 4 au nombre choisi.
4. Multiplier les deux résultats.

Programme B

1. Choisir un nombre.
2. Calculer son carré.
3. Soustraire 9.

1. Vérifier qu'en choisissant 1, on obtient -21 avec le programme A.
2. Calculer le résultat du programme B pour le nombre 10.
3. On choisit x comme nombre de départ. Montrer que le programme A donne $x^2 + 2x - 24$.

4. Recopier et compléter l’algorithme pour qu’il exécute le programme A.



Corrigé ci-dessous

Corrigé

- 1. Avec 1, on obtient $1 + 6 = 7$ et $1 - 4 = -3$, puis $7 \times (-3) = \boxed{-21}$.
- 2. Le programme B donne $10^2 - 9 = 100 - 9 = \boxed{91}$.
- 3.

$$(x + 6)(x - 4) = x^2 - 4x + 6x - 24$$
$$= \boxed{x^2 + 2x - 24}$$

- 4. Il faut compléter avec

$$\boxed{a \leftarrow x + 6} \qquad \boxed{b \leftarrow x - 4}.$$

Exercice 35 **[DNB] Objectif Brevet : un programme à deux branches**

Source : D’après le DNB Amérique du Nord, 29 mai 2024, exercice 2.

On considère le programme de calcul suivant. Les deux branches sont effectuées à partir du même nombre choisi, puis on multiplie les deux résultats obtenus.

Première branche	Seconde branche
1. Choisir un nombre. 2. Ajouter 2. 3. Multiplier par 4.	1. Reprendre le nombre choisi. 2. Le multiplier par 5. 3. Soustraire 3.

- 1. Montrer que si l’on choisit 2, le résultat final est 112.
- 2. Calculer le résultat obtenu lorsque l’on choisit -3 .
- 3. On choisit maintenant un nombre x . Parmi les expressions suivantes, lesquelles représentent le résultat final ?
 - A. $(x + 2 \times 4)(5x - 3)$
 - B. $(4x + 2)(5x - 3)$
 - C. $(4x + 8)(5x - 3)$
 - D. $4(x + 2)(5x - 3)$
- 4. Développer et réduire le résultat final.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. La première branche donne $(2 + 2) \times 4 = 16$ et la seconde $5 \times 2 - 3 = 7$. Le résultat final est donc $16 \times 7 = \boxed{112}$.
2. La première branche donne $(-3 + 2) \times 4 = -4$ et la seconde $5 \times (-3) - 3 = -18$. Ainsi, le résultat final est $(-4) \times (-18) = \boxed{72}$.
3. La première branche donne $4(x + 2) = 4x + 8$ et la seconde $5x - 3$. Les expressions correctes sont donc

$\boxed{\text{C et D}}$.

4.

$$\begin{aligned}(4x + 8)(5x - 3) &= 20x^2 - 12x + 40x - 24 \\ &= \boxed{20x^2 + 28x - 24}.\end{aligned}$$

Exercice 36 [DNB] **Objectif Brevet : une différence de deux carrés**

Source : D'après le DNB Métropole–La Réunion, 13 septembre 2021, exercice 3.

On considère le programme de calcul suivant.

Programme de calcul

1. Choisir un nombre.
2. Ajouter 2 à ce nombre.
3. Prendre le carré du résultat précédent.
4. Soustraire le carré du nombre de départ.

1. Vérifier que si l'on choisit 2, on obtient 12.
2. Calculer le résultat obtenu lorsque l'on choisit -8 .
3. On choisit maintenant un nombre x .
 3. a. Exprimer le résultat final en fonction de x .
 3. b. Montrer que $(x + 2)^2 - x^2 = 4x + 4$.
4. Si l'on choisit un nombre entier au départ, le résultat est-il toujours un multiple de 4? Justifier.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. $(2 + 2)^2 - 2^2 = 16 - 4 = \boxed{12}$.

2. $(-8 + 2)^2 - (-8)^2 = 36 - 64 = \boxed{-28}$.

3. 3. a. Le résultat final est $\boxed{(x + 2)^2 - x^2}$.

3. b.

$$\begin{aligned}(x + 2)^2 - x^2 &= x^2 + 4x + 4 - x^2 \\ &= \boxed{4x + 4}.\end{aligned}$$

4. Puisque $4x + 4 = 4(x + 1)$ et que $x + 1$ est entier lorsque x est entier, le résultat est toujours un multiple de 4.

Thème XI**Bilan du chapitre****Exercice 37** [!] **Bilan : synthèse de calcul littéral**

Pour tout nombre x , on pose

$$F(x) = (2x + 3)^2 - (x - 1)^2 \quad \text{et} \quad G(x) = (2x + 3)(x - 1) - (2x + 3)^2.$$

1. Développer et réduire $F(x)$ et $G(x)$.
2. Factoriser $F(x)$ sans commencer par le développer.
3. Factoriser $G(x)$ en faisant apparaître un facteur commun.
4. Calculer $F(-2)$, $G\left(\frac{1}{2}\right)$ et $F(\sqrt{2})$, c'est-à-dire les valeurs de ces expressions pour $x = -2$, $x = \frac{1}{2}$ et $x = \sqrt{2}$. Pour chaque calcul, choisir la forme qui paraît la plus efficace.
5. Calculer $F(x) + G(x)$, puis factoriser l'expression obtenue.

6. On considère le programme de calcul suivant.

Programme de calcul

1. Choisir un nombre x .
2. Calculer le double de ce nombre, puis ajouter 3.
3. Soustraire 1 au nombre choisi.
4. Multiplier le résultat de l'étape 3 par la différence entre les résultats des étapes 2 et 3.

Quelle expression parmi $F(x)$, $G(x)$ et $F(x) + G(x)$ ce programme calcule-t-il ? Calculer ensuite $F(4) + G(4)$, c'est-à-dire la valeur de cette expression pour $x = 4$.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 38, page 24.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 39, page 25.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1.

$$\begin{aligned} F(x) &= (2x + 3)^2 - (x - 1)^2 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - (x^2 - 2x + 1) \\ &= \boxed{3x^2 + 14x + 8}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= (2x + 3)(x - 1) - (2x + 3)^2 \\ &= 2x^2 + x - 3 - (4x^2 + 12x + 9) \\ &= \boxed{-2x^2 - 11x - 12}. \end{aligned}$$

2. On utilise une différence de deux carrés :

$$\begin{aligned} F(x) &= [(2x + 3) - (x - 1)][(2x + 3) + (x - 1)] \\ &= \boxed{(x + 4)(3x + 2)}. \end{aligned}$$

3. Le facteur commun est $2x + 3$:

$$\begin{aligned} G(x) &= (2x + 3)[(x - 1) - (2x + 3)] \\ &= \boxed{-(2x + 3)(x + 4)}. \end{aligned}$$

4. On choisit la forme la plus efficace pour chaque valeur :

$$\begin{aligned} F(-2) &= (-2 + 4)(3 \times (-2) + 2) = 2 \times (-4) = \boxed{-8}, \\ G\left(\frac{1}{2}\right) &= -\left(2 \times \frac{1}{2} + 3\right)\left(\frac{1}{2} + 4\right) = -4 \times \frac{9}{2} = \boxed{-18}, \\ F(\sqrt{2}) &= 3(\sqrt{2})^2 + 14\sqrt{2} + 8 = 6 + 14\sqrt{2} + 8 = \boxed{14 + 14\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} F(x) + G(x) &= 3x^2 + 14x + 8 - 2x^2 - 11x - 12 \\ &= x^2 + 3x - 4 \\ &= \boxed{(x - 1)(x + 4)}. \end{aligned}$$

6. La dernière étape calcule

$$(x-1)[(2x+3)-(x-1)] = (x-1)(x+4),$$

c'est-à-dire $F(x) + G(x)$. Pour $x = 4$,

$$(4-1)(4+4) = 3 \times 8 = \boxed{24}.$$

Exercice 38 **[+]** Consolidation : même synthèse avec d'autres expressions

Pour tout nombre x , on pose

$$F(x) = (3x-2)^2 - (x+4)^2 \quad \text{et} \quad G(x) = (3x-2)(x+4) - (3x-2)^2.$$

- Développer et réduire $F(x)$ et $G(x)$.
- Factoriser $F(x)$ sans le développer.
- Factoriser $G(x)$ en faisant apparaître un facteur commun.
- Calculer $F(2)$ et $G(2)$, c'est-à-dire les valeurs de F et G pour $x = 2$, en choisissant les formes les plus efficaces.
- Calculer $F(x) + G(x)$, puis factoriser cette expression.
- Rédiger un programme de calcul qui prend x comme nombre de départ et calcule $F(x) + G(x)$ avec le moins d'opérations possible.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1.

$$\begin{aligned} F(x) &= 9x^2 - 12x + 4 - (x^2 + 8x + 16) \\ &= \boxed{8x^2 - 20x - 12}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= (3x-2)(x+4) - (3x-2)^2 \\ &= 3x^2 + 10x - 8 - (9x^2 - 12x + 4) \\ &= \boxed{-6x^2 + 22x - 12}. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} F(x) &= [(3x-2) - (x+4)][(3x-2) + (x+4)] \\ &= (2x-6)(4x+2) \\ &= \boxed{4(x-3)(2x+1)}. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} G(x) &= (3x-2)[(x+4) - (3x-2)] \\ &= \boxed{2(3x-2)(3-x)}. \end{aligned}$$

4. Pour $x = 2$, les deux expressions $3x-2$ et $x+4$ valent 4. Ainsi,

$$F(2) = 4^2 - 4^2 = \boxed{0} \quad \text{et} \quad G(2) = 4 \times 4 - 4^2 = \boxed{0}.$$

5. À partir des formes développées,

$$\begin{aligned} F(x) + G(x) &= 8x^2 - 20x - 12 - 6x^2 + 22x - 12 \\ &= 2x^2 + 2x - 24 \\ &= \boxed{2(x+4)(x-3)}. \end{aligned}$$

6. On peut suivre la forme factorisée : choisir x ; ajouter 4 ; soustraire 3 au nombre choisi ; multiplier les deux résultats ; multiplier le produit par 2.

Exercice 39 [*] **Approfondissement : synthèse et propriété arithmétique**

Pour tout nombre x , on pose

$$A(x) = 4x - 1 \quad \text{et} \quad B(x) = 2x + 3,$$

puis

$$F(x) = A(x)^2 - B(x)^2 \quad \text{et} \quad G(x) = A(x)B(x) - A(x)^2.$$

1. Sans développer, factoriser complètement $F(x)$ et $G(x)$.
2. Développer et réduire $F(x)$, puis vérifier le résultat à partir de sa forme factorisée.
3. Calculer exactement $F\left(-\frac{3}{2}\right)$ et $G(\sqrt{2})$, c'est-à-dire les valeurs de F et G pour $x = -\frac{3}{2}$ et $x = \sqrt{2}$, en choisissant les formes les plus adaptées.
4. Montrer de deux façons différentes que

$$F(x) + G(x) = 2(2x + 3)(x - 2).$$

5. En déduire que, lorsque x est un entier, le résultat $F(x) + G(x)$ est toujours pair.
6. Un programme demande un nombre x , calcule successivement $2x + 3$, puis $x - 2$, multiplie les deux résultats et double le produit. Expliquer pourquoi ce programme calcule $F(x) + G(x)$, puis calculer $F(10) + G(10)$, c'est-à-dire la valeur obtenue pour $x = 10$.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1.

$$\begin{aligned} F(x) &= (A(x) - B(x))(A(x) + B(x)) \\ &= [(4x - 1) - (2x + 3)][(4x - 1) + (2x + 3)] \\ &= (2x - 4)(6x + 2) \\ &= \boxed{4(x - 2)(3x + 1)}, \\ G(x) &= A(x)(B(x) - A(x)) \\ &= (4x - 1)[(2x + 3) - (4x - 1)] \\ &= \boxed{-2(4x - 1)(x - 2)}. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} F(x) &= (4x - 1)^2 - (2x + 3)^2 \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - (4x^2 + 12x + 9) \\ &= \boxed{12x^2 - 20x - 8}. \end{aligned}$$

En développant $4(x - 2)(3x + 1)$, on obtient bien $12x^2 - 20x - 8$.

3. La forme factorisée de F donne

$$\begin{aligned} F\left(-\frac{3}{2}\right) &= 4\left(-\frac{3}{2} - 2\right)\left(3 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 1\right) \\ &= 4 \times \left(-\frac{7}{2}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) \\ &= \boxed{49}. \end{aligned}$$

Pour $G(\sqrt{2})$, on utilise $G(x) = -2(4x - 1)(x - 2)$:

$$\begin{aligned} G(\sqrt{2}) &= -2(4\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2) \\ &= -2(10 - 9\sqrt{2}) \\ &= \boxed{18\sqrt{2} - 20}. \end{aligned}$$

4. Première méthode :

$$\begin{aligned} F(x) + G(x) &= B(x)(A(x) - B(x)) \\ &= (2x + 3)(2x - 4) \\ &= \boxed{2(2x + 3)(x - 2)}. \end{aligned}$$

Deuxième méthode, à partir des formes factorisées :

$$\begin{aligned} F(x) + G(x) &= 4(x - 2)(3x + 1) - 2(4x - 1)(x - 2) \\ &= 2(x - 2)[2(3x + 1) - (4x - 1)] \\ &= 2(x - 2)(2x + 3). \end{aligned}$$

5. Si x est entier, $(2x + 3)(x - 2)$ est entier. La présence du facteur 2 prouve donc que $F(x) + G(x)$ est pair.

6. Le programme calcule exactement $2(2x + 3)(x - 2)$, donc $F(x) + G(x)$. Pour $x = 10$,

$$2(2 \times 10 + 3)(10 - 2) = 2 \times 23 \times 8 = \boxed{368}.$$

Thème XII

Hors programme : forme canonique

Méthode : compléter le carré

Pour transformer une expression $x^2 + bx + c$, on utilise

$$x^2 + bx = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

On obtient ainsi la forme canonique (vertex form)

$$x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + c - \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

Si cette forme est une différence de deux carrés, on peut ensuite appliquer $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ pour factoriser.

Exemple résolu

On considère l'expression

$$P(x) = x^2 - 8x + 7.$$

On souhaite écrire $P(x)$ sous forme canonique, la factoriser, puis déterminer son extremum.

1. Écriture sous forme canonique

La moitié de -8 est -4 . On fait donc apparaître $(x - 4)^2$:

$$\begin{aligned} P(x) &= x^2 - 8x + 16 - 16 + 7 \\ &= (x - 4)^2 - 9. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\boxed{P(x) = (x - 4)^2 - 9}.$$

2. Factorisation

Comme $9 = 3^2$, on reconnaît une différence de deux carrés :

$$\begin{aligned} P(x) &= (x - 4)^2 - 3^2 \\ &= [(x - 4) - 3][(x - 4) + 3] \\ &= \boxed{(x - 7)(x - 1)}. \end{aligned}$$

3. Détermination de l'extremum

Pour tout nombre x :

$$(x - 4)^2 \geq 0.$$

Par conséquent :

$$(x - 4)^2 - 9 \geq -9,$$

donc :

$$P(x) \geq -9.$$

A ce stade on vient de montrer que (-9) est UN MINORANT de P . Or c'est en fait LE MINIMUM de P car l'égalité est obtenue lorsque :

$$(x - 4)^2 = 0,$$

c'est-à-dire pour $x = 4$.

Ainsi :

$$\boxed{\text{Le minimum de } P \text{ est } -9, \text{ atteint pour } x = 4.}$$

À retenir

Si une expression est écrite sous la forme

$$a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

alors l'extremum est atteint pour $x = \alpha$:

- si $a > 0$, l'expression admet un minimum égal à β ;
- si $a < 0$, l'expression admet un maximum égal à β .

Exercice 40 [HP] Hors programme : forme canonique, factorisation et extremum

Pour chacune des expressions suivantes :

1. écrire l'expression sous forme canonique ;
2. la factoriser ;
3. déterminer son minimum ou son maximum, puis préciser pour quelle valeur de x il est atteint.

$$A(x) = x^2 + 6x + 5,$$

$$B(x) = x^2 - 10x + 21,$$

$$C(x) = 2x^2 + 12x + 10,$$

$$D(x) = -x^2 + 8x - 7.$$

Pour $C(x)$ et $D(x)$, on commencera par mettre le coefficient de x^2 en facteur.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

Puisque le carré d'un nombre est toujours positif ou nul, la forme canonique permet de déterminer directement un minimum ou un maximum.

1. Pour $A(x) = x^2 + 6x + 5$:

$$\begin{aligned} A(x) &= x^2 + 6x + 9 - 9 + 5 \\ &= (x + 3)^2 - 4. \end{aligned}$$

La forme canonique est donc :

$$A(x) = (x + 3)^2 - 4.$$

On reconnaît ensuite une différence de deux carrés :

$$\begin{aligned} A(x) &= (x + 3)^2 - 2^2 \\ &= (x + 1)(x + 5). \end{aligned}$$

Comme $(x + 3)^2 \geq 0$, on a $A(x) \geq -4$.

Le minimum de A est -4 , atteint pour $x = -3$.

2. Pour $B(x) = x^2 - 10x + 21$:

$$\begin{aligned} B(x) &= x^2 - 10x + 25 - 25 + 21 \\ &= (x - 5)^2 - 4. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$B(x) = (x - 5)^2 - 4.$$

Puis :

$$\begin{aligned} B(x) &= (x - 5)^2 - 2^2 \\ &= (x - 7)(x - 3). \end{aligned}$$

Comme $(x - 5)^2 \geq 0$, on a $B(x) \geq -4$.

Le minimum de B est -4 , atteint pour $x = 5$.

3. Pour $C(x) = 2x^2 + 12x + 10$:

$$\begin{aligned}C(x) &= 2(x^2 + 6x + 5) \\&= 2[(x + 3)^2 - 4] \\&= 2(x + 3)^2 - 8.\end{aligned}$$

La forme canonique est donc :

$$\boxed{C(x) = 2(x + 3)^2 - 8}.$$

De plus :

$$\begin{aligned}C(x) &= 2[(x + 3)^2 - 2^2] \\&= \boxed{2(x + 1)(x + 5)}.\end{aligned}$$

Comme $2(x + 3)^2 \geq 0$, on a $C(x) \geq -8$.

Le minimum de C est -8 , atteint pour $x = -3$.

4. Pour $D(x) = -x^2 + 8x - 7$:

$$\begin{aligned}D(x) &= -(x^2 - 8x + 7) \\&= -[(x - 4)^2 - 9] \\&= -(x - 4)^2 + 9.\end{aligned}$$

La forme canonique est donc :

$$\boxed{D(x) = -(x - 4)^2 + 9}.$$

Puis :

$$\begin{aligned}D(x) &= -[(x - 4)^2 - 3^2] \\&= -(x - 7)(x - 1) \\&= \boxed{(7 - x)(x - 1)}.\end{aligned}$$

Comme $-(x - 4)^2 \leq 0$, on a $D(x) \leq 9$.

Le maximum de D est 9 , atteint pour $x = 4$.

Thème XIII

Now we can talk

Exercice 41 [EN] English Challenge ★★ : A hidden common factor

Factor completely, without expanding first :

$$A(x) = (2x + 4)^2 - (x + 2)(x + 3).$$

Then expand your factorized answer to check it.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

Since $2x + 4 = 2(x + 2)$, we make the common factor appear :

$$\begin{aligned} A(x) &= 4(x + 2)^2 - (x + 2)(x + 3) \\ &= (x + 2)[4(x + 2) - (x + 3)] \\ &= \boxed{(x + 2)(3x + 5)}. \end{aligned}$$

Expanding gives $3x^2 + 11x + 10$, as does the original expression.

Exercice 42 ★★★ : une différence de carrés bien cachée

Factoriser complètement, sans commencer par développer :

$$B(x) = (3x - 2)^2 - (x + 4)^2.$$

Développer ensuite la forme obtenue pour contrôler le résultat.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

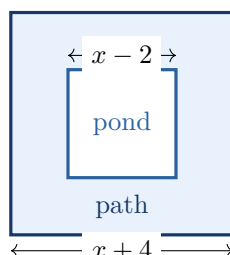
On utilise $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$$\begin{aligned} B(x) &= [(3x - 2) - (x + 4)][(3x - 2) + (x + 4)] \\ &= (2x - 6)(4x + 2) \\ &= \boxed{4(x - 3)(2x + 1)}. \end{aligned}$$

En développant, on retrouve $8x^2 - 20x - 12$.

Exercice 43 [EN] English Challenge ★★★ : The square garden

A square garden has side length $x + 4$ metres. A square pond with side length $x - 2$ metres is built inside it, where $x > 2$.



- Write an expression for the area of the path surrounding the pond.

2. Factor the expression without expanding first.
3. Calculate this area when $x = 6$.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. The required area is $A(x) = (x + 4)^2 - (x - 2)^2$.

2. Using the difference of squares,

$$\begin{aligned} A(x) &= [(x + 4) - (x - 2)][(x + 4) + (x - 2)] \\ &= 6(2x + 2) = \boxed{12(x + 1)}. \end{aligned}$$

3. $A(6)$, the value of A when $x = 6$, is $12(6 + 1) = \boxed{84 \text{ m}^2}$.

Exercice 44 ★★★ : démontrer une propriété arithmétique

On choisit trois entiers consécutifs n , $n + 1$ et $n + 2$. On additionne le produit des deux premiers et le produit des deux derniers.

1. Écrire le résultat en fonction de n .
2. Factoriser cette expression.
3. Démontrer que le résultat est toujours le double d'un carré parfait.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. Le résultat est $n(n + 1) + (n + 1)(n + 2)$.

2.

$$\begin{aligned} n(n + 1) + (n + 1)(n + 2) &= (n + 1)[n + (n + 2)] \\ &= (n + 1)(2n + 2) \\ &= \boxed{2(n + 1)^2}. \end{aligned}$$

3. Le résultat est donc toujours le double du carré de l'entier $n + 1$.

Exercice 45 [EN] English Challenge ★★★ : Factor by completing a square

The expression $C(x) = x^2 + 2x - 3$ does not immediately match a special product formula. Add and subtract the same number to rewrite it as a difference of two squares, then factor it completely.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

We create the perfect square $x^2 + 2x + 1$:

$$\begin{aligned} C(x) &= x^2 + 2x + 1 - 4 \\ &= (x + 1)^2 - 2^2 \\ &= [(x + 1) - 2][(x + 1) + 2] \\ &= \boxed{(x - 1)(x + 3)}. \end{aligned}$$

↩ Fin du TD ↪