

Chapitre 4

Angles et parallélisme

Version prof

Sommaire du chapitre

I	Vocabulaire des angles	2
II	Angles alternes-internes	4
III	Angles correspondants	6
IV	Calculer avec des angles et des droites parallèles	7
V	Somme des angles d'un triangle	8
VI	Pourquoi la somme vaut-elle 180° ?	9
VII	Bilan du chapitre	10



Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre, on apprend à :

- reconnaître des angles alternes-internes (alternate interior angles) ;
- reconnaître des angles correspondants (corresponding angles) ;
- utiliser les propriétés liant angles et droites parallèles (parallel lines) ;
- calculer des mesures d'angles ;
- utiliser la somme des angles d'un triangle (sum of angles in a triangle).

I Vocabulaire des angles

Définition 1 (Angle)

Un angle est formé par deux demi-droites de même origine.
 Cette origine est appelée le sommet de l'angle (vertex).
 Les deux demi-droites sont appelées les côtés de l'angle (sides of the angle).



Exemple

Dans l'angle $\widehat{ABC}$, le sommet est le point B .
 Les côtés de l'angle sont les demi-droites $[BA)$ et $[BC)$.

FR/US Vocabulaire France / US

Mot français	Mot anglais utile
angle	angle
sommet de l'angle	vertex
côté de l'angle	side of the angle
mesure d'un angle	angle measure
droites parallèles	parallel lines
sécante	transversal

Définition 2 (Angles adjacents)

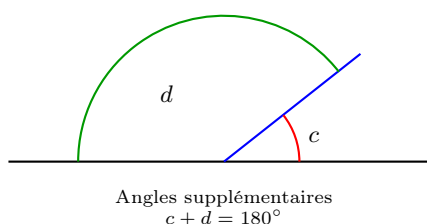
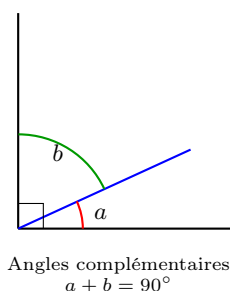
Deux angles sont adjacents lorsqu'ils ont :

- le même sommet ;
- un côté commun ;
- leurs intérieurs situés de part et d'autre de ce côté commun.

Définition 3 (Angles complémentaires et supplémentaires)

Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est 90° .

Deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est 180° .



**Exercice 1 Exercice du cours**

Compléter.

1. Le complémentaire d'un angle de 35° mesure 55° .
2. Le supplémentaire d'un angle de 120° mesure 60° .

Correction.

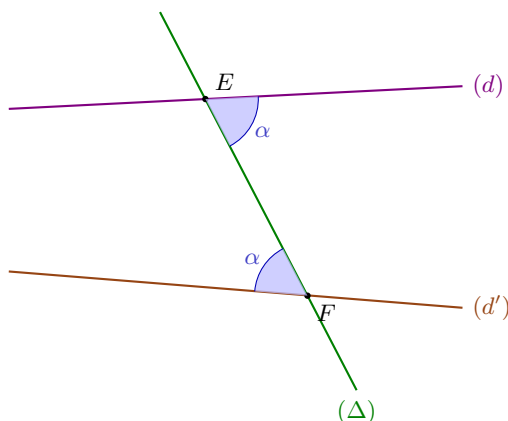
1. $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.
2. $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

II Angles alternes-internes

Définition 4 (Angles alternes-internes)

On considère deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) .
Deux angles sont alternes-internes lorsqu'ils sont :

- situés à l'intérieur des deux droites (d) et (d') ;
- situés de part et d'autre de la sécante (Δ) .

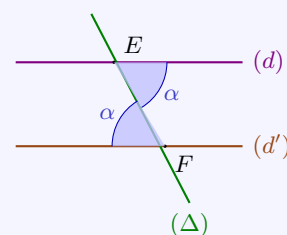


FR/US Vocabulaire France / US

Les angles alternes-internes se disent alternate interior angles.
Le mot alternate signifie qu'ils sont de part et d'autre de la sécante.
Le mot interior indique qu'ils sont entre les deux droites.

Propriété 1

1. Si deux angles alternes-internes sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante, alors ils ont la même mesure.
2. Réciproquement, si deux angles alternes-internes ont la même mesure, alors ils sont formés par des droites parallèles.

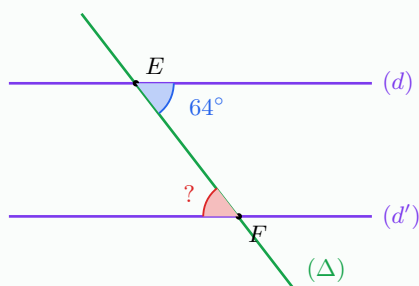


Exemple

On suppose que $(d) \parallel (d')$.
Les angles bleus de la figure sont alternes-internes.
Donc ils ont la même mesure.

? Exercice 2 Exercice du cours

Dans la figure ci-dessous, les droites (d) et (d') sont parallèles.
Calculer la mesure de l'angle marqué en rouge.



On suppose que $(d) // (d')$.

Correction.

Les droites (d) et (d') sont parallèles.

Les deux angles marqués sont alternes-internes.

Donc ils ont la même mesure.

L'angle rouge mesure donc :

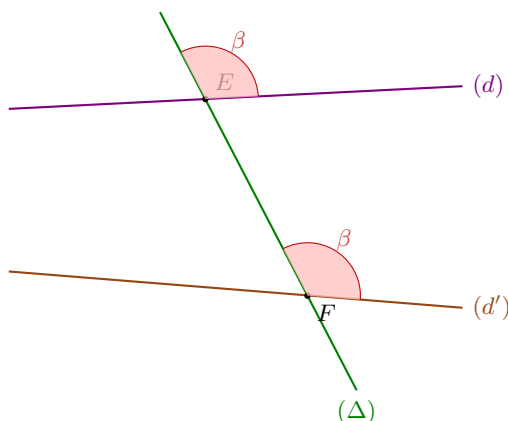
64° .

III Angles correspondants

Définition 5 (Angles correspondants)

On considère deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) .
Deux angles sont correspondants lorsqu'ils sont :

- situés du même côté de la sécante ;
- un seul des deux est entre (d) et (d') .

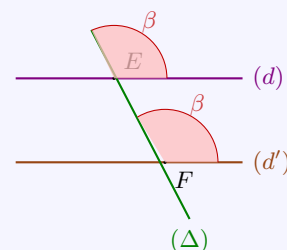


FR/US Vocabulaire France / US

Les angles correspondants se disent corresponding angles.

Propriété 2

1. Si deux angles alternes-internes sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante, alors ils ont la même mesure.
2. Réciproquement, si deux angles alternes-internes ont la même mesure, alors ils sont formés par des droites parallèles.



? Exercice 3 Exercice du cours

On considère deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) .
Deux angles correspondants mesurent chacun 118° .
Que peut-on dire des droites (d) et (d') ? Justifier.

Correction.

Les deux angles sont correspondants et ont la même mesure.
Donc les droites (d) et (d') sont parallèles.

IV Calculer avec des angles et des droites parallèles



Choisir la bonne propriété

Pour calculer une mesure d'angle dans une figure avec des droites parallèles :

1. on repère les droites parallèles ;
2. on repère la sécante ;
3. on identifie le type d'angles : alternes-internes ou correspondants ;
4. on utilise la propriété adaptée.

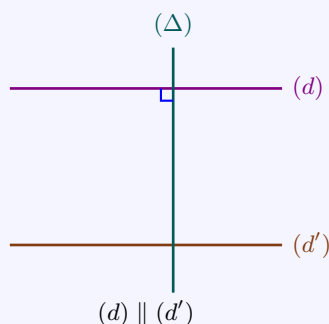


Exemple

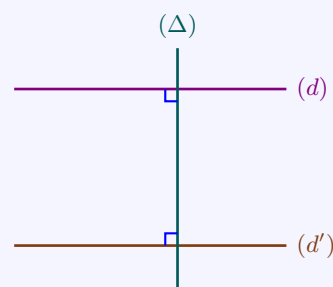
Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors deux angles alternes-internes ont la même mesure. Ainsi, si l'un mesure 72° , l'autre mesure aussi 72° .

Propriété 3 (Cas particuliers utiles)

- Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.
- Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.



Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.



Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.



Exercice 4 Exercice du cours

Compléter les justifications.

1. Deux angles alternes-internes ont la même mesure. Donc les deux droites sont parallèles.
2. Deux droites parallèles sont coupées par une sécante. Donc deux angles correspondants ont la même mesure.
3. Deux droites sont perpendiculaires à une même droite. Donc elles sont parallèles.

Correction.

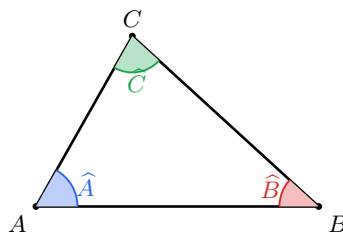
1. Les deux droites sont parallèles.
2. Les angles correspondants ont la même mesure.
3. Les deux droites sont parallèles.

v Somme des angles d'un triangle

Propriété 4 (Somme des angles d'un triangle)

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .
Autrement dit, dans le triangle ABC :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ.$$



Calculer un angle dans un triangle

Pour calculer une mesure d'angle manquante dans un triangle, on utilise :

$$\text{somme des trois angles} = 180^\circ.$$

On soustrait ensuite les deux mesures connues.



Exemple

Dans le triangle ABC , on sait que :

$$\hat{A} = 48^\circ \quad \text{et} \quad \hat{B} = 67^\circ.$$

Alors :

$$\hat{C} = 180^\circ - 48^\circ - 67^\circ = 65^\circ.$$



Exercice 5 Exercice du cours

Dans un triangle RST , on sait que :

$$\hat{R} = 35^\circ \quad \text{et} \quad \hat{S} = 82^\circ.$$

Calculer la mesure de l'angle $\hat{T}$.

Correction.

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .

Donc :

$$\hat{T} = 180^\circ - 35^\circ - 82^\circ.$$

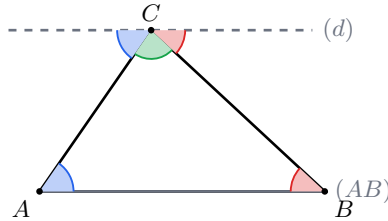
Ainsi :

$$\hat{T} = 63^\circ.$$

VI Pourquoi la somme vaut-elle 180° ?

Idée de preuve

On peut expliquer la propriété avec des droites parallèles et des angles alternes-internes.



Propriété 5 (Justification)

On trace par le sommet C une droite parallèle à la droite (AB) .

Les angles situés en A et en B se retrouvent au sommet C grâce aux propriétés des angles formés par deux droites parallèles et une sécante.

Ces trois angles forment alors un angle plat, donc leur somme vaut 180° .

FR / US Vocabulaire France / US

Mot français

angles alternes-internes

angles correspondants

droites parallèles

sécante

angle plat

somme des angles d'un triangle

Mot anglais utile

alternate interior angles

corresponding angles

parallel lines

transversal

straight angle

sum of the angles in a triangle

VII Bilan du chapitre

À retenir

- Deux angles alternes-internes sont situés entre les deux droites et de part et d'autre de la sécante.
- Deux angles correspondants sont placés dans la même position par rapport aux deux droites et à la sécante.
- Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes ont la même mesure.
- Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants ont la même mesure.
- Réciproquement, des angles alternes-internes ou correspondants de même mesure peuvent permettre de prouver que deux droites sont parallèles.
- Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .

FR / US Vocabulaire France / US – bilan

Français	Anglais
angle	angle
sommet	vertex
côté d'un angle	side of an angle
angles alternes-internes	alternate interior angles
angles correspondants	corresponding angles
droites parallèles	parallel lines
sécante	transversal
angle plat	straight angle

↩ Fin du cours ↪