

COURS

Chapitre 2

Symétrie centrale

Version élève

Sommaire du chapitre

I	Reconnaître une symétrie centrale	2
II	Symétrique d'un point	3
III	Symétrique d'une figure	5
IV	Propriétés de la symétrie centrale	7
V	Bilan du chapitre	9



Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre, on apprend à :

- reconnaître une symétrie centrale (central symmetry / point reflection) ;
- construire le symétrique d'un point par rapport à un centre ;
- construire le symétrique d'une figure ;
- utiliser les propriétés conservées par la symétrie centrale ;
- rédiger une construction ou une justification avec le vocabulaire adapté.

CONNAÎTRE

REPRÉSENTER

RAISONNER

COMMUNIQUER

I Reconnaître une symétrie centrale

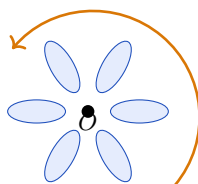


Approche intuitive

Une symétrie centrale peut se comprendre comme un demi-tour. Pour obtenir l'image d'une figure, on fait tourner la figure de 180° autour d'un point appelé le centre de symétrie.

Définition 1 (Centre de symétrie)

Un point O est un centre de symétrie d'une figure lorsque la figure se superpose à elle-même après un autour de O .



un demi-tour autour de O



Attention

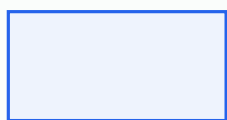
Le centre de symétrie n'est pas forcément un point de la figure. Ce qui compte, c'est le demi-tour autour de ce point.



Exercice 1 Exercice du cours

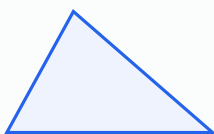
Pour chaque figure, dire si elle possède un centre de symétrie.
Quand c'est le cas, placer ce centre.

Figure 1



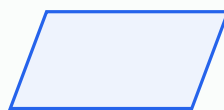
rectangle

Figure 2



triangle quelconque (scalène)

Figure 3



parallélogramme

Figure 4



cercle

II Symétrique d'un point

II.1 Définition

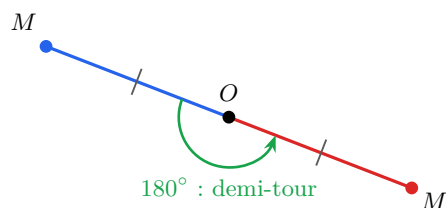
Définition 2 (Symétrie centrale ou demi-tour)

Soit O un point du plan.

Le symétrique du point M par rapport au point O est le point M' tel que :

- O est le milieu du segment $[MM']$.

Remarque : le symétrique du point O est lui-même.



Propriété 1 (Caractérisation)

Dire que M' est le symétrique de M par rapport à O revient à dire que :

O est le du segment $[MM']$.

Autrement dit,

M, O, M' sont alignés et $OM = \dots\dots\dots$



Cas particulier

Le symétrique du centre O par rapport à lui-même est Il ne bouge pas.

II.2 Construction



Construire le symétrique d'un point

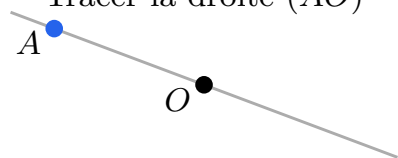
Pour construire le symétrique A' d'un point A par rapport à un point O :

1. tracer la droite (AO) ;
2. prolonger au-delà de O ;
3. placer A' de l'autre côté de O de façon que $OA' = OA$.

Ainsi, O est le milieu de $[AA']$.

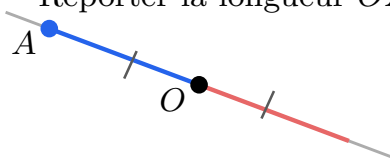
Étape 1

Tracer la droite (AO)



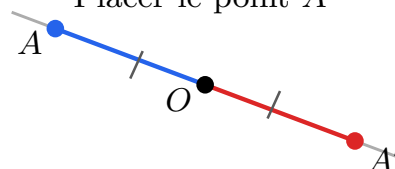
Étape 2

Reporter la longueur OA



Étape 3

Placer le point A'



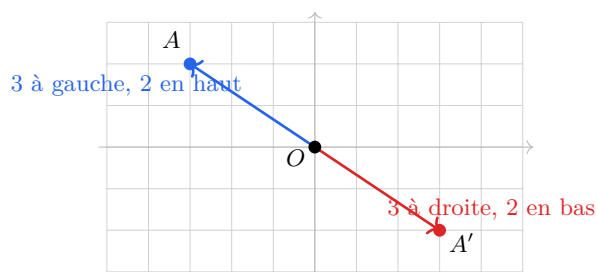


Exemple de construction avec un quadrillage

Pour construire le symétrique B' du point B par rapport à O :

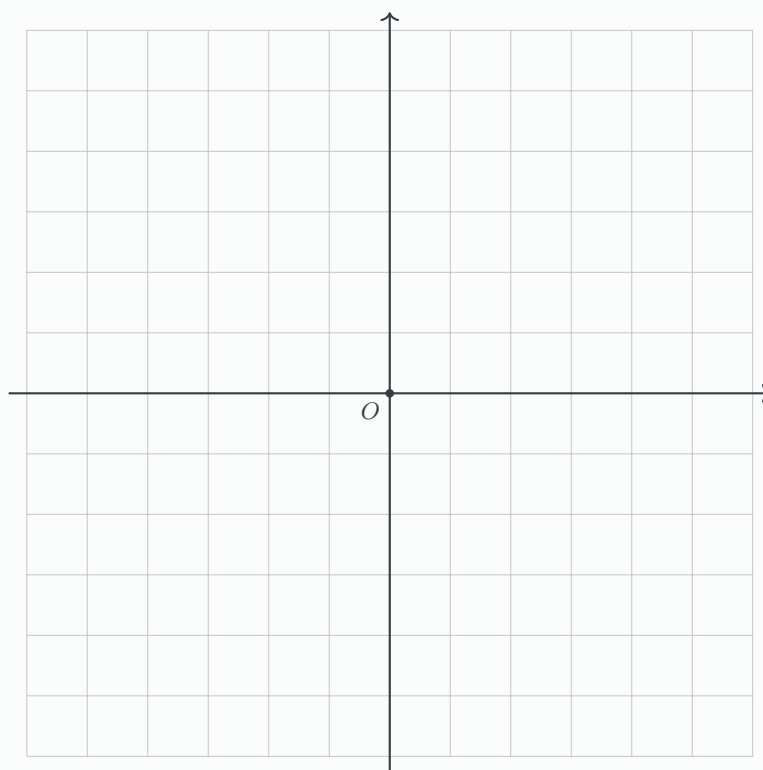
1. on trace la droite (BO) ;
2. on repère la longueur OB ;
3. on reporte cette même longueur de l'autre côté de O .

Le point obtenu est B' , et le segment $[BB']$ a pour milieu le point O .



Exercice 2 Exercice du cours

Sur un quadrillage, placer un point B à 4 carreaux à gauche et 1 carreau en bas de O . Construire son symétrique B' par rapport à O .

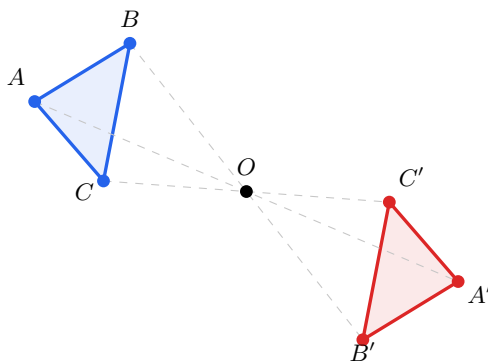


III Symétrique d'une figure

III.1 Définition

Définition 3 (Symétrique d'une figure)

Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à un point O , on construit le symétrique de chacun des points importants de cette figure, puis on relie les points obtenus dans le même ordre.



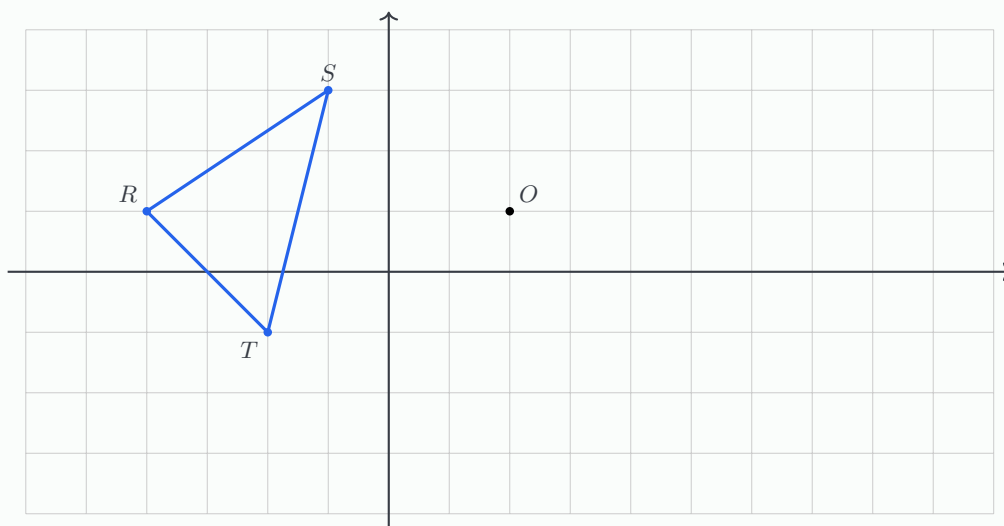
Exemple

Dans la figure ci-dessus, A' , B' et C' sont les symétriques respectifs de A , B et C par rapport au point O . Le triangle $A'B'C'$ est donc le symétrique du triangle ABC par rapport à O .



Exercice 3 Exercice du cours

Construire le symétrique d'un triangle RST par rapport à un point O placé à l'extérieur du triangle. Nommer correctement les points obtenus R' , S' et T' .

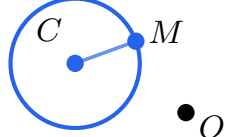


III.2 Symétrie d'un cercle

Propriété 2 (Image d'un cercle)

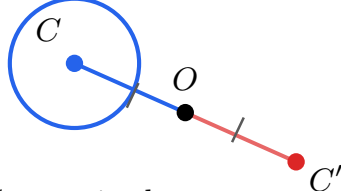
Le symétrique d'un cercle de centre C est un cercle de même rayon dont le centre est le symétrique C' de C par rapport à O .

Étape 1



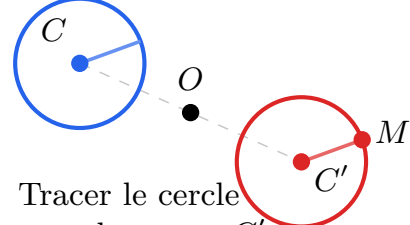
Repérer le centre C
et le rayon

Étape 2



Construire le centre
symétrique C'

Étape 3



Tracer le cercle
image de centre C'



Exemple de construction

Pour construire le symétrique d'un cercle :

1. on construit d'abord le symétrique C' du centre C ;
2. on conserve le même rayon ;
3. on trace le cercle image de centre C' .

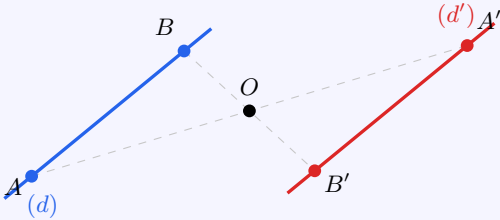
Si un cercle a pour centre C et pour rayon 3 cm, alors son image est un cercle de centre C' et de rayon

IV

Propriétés de la symétrie centrale

Propriété 3 (Symétrie d’une droite)

Le symétrique d’une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle.



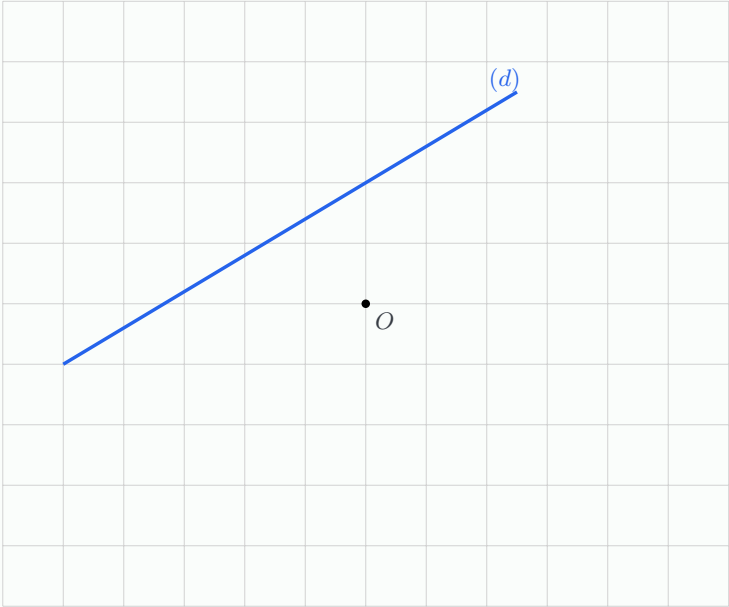
Remarque

Pour construire le symétrique d’une droite donnée, il suffit donc de
.....

?

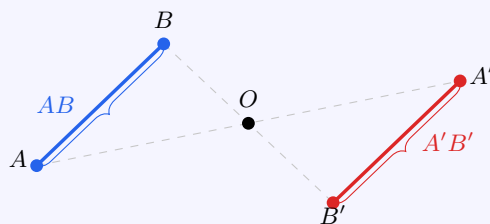
Exercice 4 Exercice du cours

Construire le symétrique de la droite (d) par rapport au point O .



Propriété 4 (Symétrique d'un segment)

Le symétrique d'un segment par une symétrie centrale est un segment parallèle et de même longueur.



Propriété 5 (Propriétés de la symétrie centrale)

La symétrie centrale conserve les longueurs, l'alignement, le parallélisme, les mesures d'angles et les aires. On dit que c'est une isométrie du plan.

? Exercice 5 Exercice du cours

On considère une symétrie centrale de centre O .

Le triangle ISP est l'image du triangle ABC par cette symétrie centrale :

- $A \mapsto I$
- $B \mapsto S$
- $C \mapsto P$

On sait que :

$$AB = 6 \text{ cm}, \quad AC = 4 \text{ cm}, \quad BC = 5 \text{ cm}.$$

1. Quelle est la longueur IS ? Justifiez.

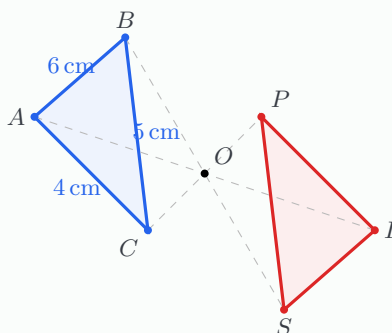
.....

2. Quelle est la longueur IP ? Justifiez.

.....

3. Quelle est la longueur SP ? Justifiez.

.....



v Bilan du chapitre

À retenir

- La symétrie centrale est un demi-tour autour d'un point.
- Le symétrique de A par rapport à O est le point A' tel que O soit le milieu de $[AA']$.
- Pour construire A' , on aligne A , O et A' , puis on reporte la longueur OA de l'autre côté de O .
- La symétrie centrale conserve les longueurs, l'alignement, les angles, les aires et le parallélisme.
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.

FR/US Vocabulaire et notations France / US

Les notations géométriques ne sont pas toujours les mêmes en français et dans les manuels américains.

Mot français

Mot anglais utile

symétrie centrale	central symmetry ; point reflection
symétrie centrale de centre O	point reflection through O ; point reflection about O
demi-tour	half-turn ; rotation by 180°
centre de symétrie	center of symmetry
symétrique de A	image of A ; reflected point
milieu	midpoint

Objet	Notation française	Notation fréquente US
Droite passant par A et B	(AB)	$\overleftrightarrow{AB}$ ou <u>line</u> AB
Segment d'extrémités A et B	$[AB]$	$\overline{AB}$ ou <u>segment</u> AB
Longueur du segment $[AB]$	AB	AB ou parfois $m\overline{AB}$
Demi-droite d'origine A passant par B	$[AB)$	$\overrightarrow{AB}$ ou <u>ray</u> AB



Notations

Dans ce cours, on garde les notations françaises :

(AB) pour une droite, $[AB]$ pour un segment, AB pour une longueur.



Phrase importante

Pour justifier qu'un point A' est le symétrique de A par rapport à O , on peut écrire :

A , O , A' sont alignés et $OA = OA'$.

Donc O est le milieu de $[AA']$.

↩ Fin du cours ↪