

Chapitre 1

Calcul numérique

Version prof

Sommaire du chapitre

I	Multiples et diviseurs	2
II	Carrés et cubes	4
III	Priorités opératoires	5
IV	Donner un nom à un calcul avec une lettre	6
V	Bilan du chapitre	7



Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre, on apprend à :

- utiliser le vocabulaire : multiple, diviseur, divisible par ;
- reconnaître rapidement certains multiples grâce aux critères de divisibilité ;
- calculer des carrés et des cubes ;
- effectuer un calcul en respectant les priorités opératoires ;
- donner un nom à un calcul avec une lettre, puis remplacer cette lettre par sa valeur.

CONNAITRE

RAISONNER

CALCULER

COMMUNIQUER



Pour les élèves bilingues

Dans le cours, seuls les mots mathématiques importants sont parfois traduits en anglais.

Exemple : diviseur (divisor).

Le bilan du chapitre contient un petit lexique français-anglais.

I Multiples et diviseurs



Approche historique

Depuis l'Antiquité, les mathématiciens étudient les nombres entiers. Les Grecs s'intéressaient déjà aux nombres pairs, impairs, aux diviseurs et aux nombres premiers. Ces idées servent encore aujourd'hui dans le calcul mental, les codes et l'informatique.

I.1 Définitions

Définition 1 (Définition intuitive.)

- Dire que a est un multiple (multiple) de b signifie que a est dans la table de multiplication de b .
- Dans ce cas, b est un diviseur (divisor) de a , et on dit aussi que a est divisible par (divisible by) b .

Définition 2 (Définition rigoureuse)

Soient a et b deux nombres entiers avec $b \neq 0$. On dit que a est un multiple de b s'il existe un entier k tel que

$$a = b \times k.$$

Dans ce cas, b est un diviseur (divisor) de a , et on dit aussi que a est divisible par (divisible by) b .



Exemple à compléter

On a :

$$24 = 6 \times 4.$$

Donc 24 est un multiple de 6 et de 4. De plus, 6 et 4 sont des diviseurs de 24.



Piège à éviter

Il ne faut pas confondre « multiple » et « diviseur ». Dans l'égalité $24 = 6 \times 4$, le nombre 24 est un multiple, tandis que 6 et 4 sont des diviseurs de 24.

1.2 Critères de divisibilité



Repère historique

Au XVII^e siècle, Blaise Pascal s'est intéressé aux critères de divisibilité. Dans un texte de 1654, il ne donne pas seulement une liste de règles : il propose une méthode générale permettant de construire des critères pour de nombreux diviseurs. Cette méthode, appelée plus tard ruban de Pascal, permet par exemple d'obtenir des critères de divisibilité par 7, 11 ou 13. Dans ce chapitre, on utilise seulement les critères les plus simples : par 2, 3, 5, 9 et 10.

Propriété 1

Pour reconnaître rapidement certains multiples, on utilise les critères de divisibilité.

- Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par : 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par : 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par : 0
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par : 3
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par : 9



Exemple rédigé

Le nombre 468 est-il divisible par 3 ? par 9 ?

On calcule la somme des chiffres de 468 :

$$4 + 6 + 8 = 18.$$

Comme 18 est divisible par 3 et par 9, le nombre 468 est divisible par 3 et par 9.



Deux pièges fréquents

- Un nombre qui se termine par 3 n'est pas forcément divisible par 3 : par exemple 13 ne l'est pas.
- Un nombre divisible par 3 n'est pas forcément divisible par 9 : par exemple 12 est divisible par 3, mais pas par 9.

II Carrés et cubes



Approche historique

Les mots carré et cube viennent de la géométrie. Un carré de côté 5 a une aire égale à 5×5 , et un cube de côté 5 a un volume égal à $5 \times 5 \times 5$.

Définition 3

Le carré (square) d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même :

$$a^2 = a \times a.$$

Le cube (cube) d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même, puis encore par lui-même :

$$a^3 = a \times a \times a.$$



Exemples à compléter

$$4^2 = 4 \times 4 = 16 \quad \text{et} \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27.$$



Les carrés à connaître

Les carrés des entiers de 1 à 15 sont à connaître par coeur.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	a	9	10	11	12	13	14	15
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	a^2	81	100	121	144	169	196	225



Pièges à éviter

- Il ne faut pas confondre 3^2 et 3×2 :

$$3^2 = 3 \times 3 = 9 \quad \text{mais} \quad 3 \times 2 = 6.$$

- Attention aux parenthèses :

$$(2 + 3)^2 = 5^2 = 25 \quad \text{mais} \quad 2 + 3^2 = 2 + 9 = 11.$$

III

Priorités opératoires



Approche historique

Les règles de priorité permettent à tous les mathématiciens de comprendre une expression de la même façon. Sans ces règles, un même calcul pourrait donner plusieurs résultats différents.

Propriété 2

Dans un calcul, on respecte les priorités opératoires (order of operations).



Mémo PEMDAS

P	Parenthèses (parentheses / brackets) : on calcule d’abord ce qui est entre parenthèses.
E	Exposants (exponents / orders) : on calcule ensuite les carrés et les cubes.
MD	Multiplications et divisions : même priorité, donc on les effectue de gauche à droite.
AS	Additions et soustractions : même priorité, donc on les effectue de gauche à droite.



Exemple calculé par étapes

Calculer :

$$\begin{aligned} A &= 5 + 2 \times (9 - 6)^2. \\ A &= 5 + 2 \times (9 - 6)^2 \\ &= 5 + 2 \times 3^2 \\ &= 5 + 2 \times 9 \\ &= 5 + 18 \\ &= 23. \end{aligned}$$



Piège : même priorité, donc de gauche à droite

Les additions et soustractions ont la même priorité. Les multiplications et divisions ont aussi la même priorité. On calcule alors de gauche à droite.

$$10 - 2 + 3 = 8 + 3 = 11 \qquad \text{et} \qquad 20 \div 5 \times 2 = 4 \times 2 = 8.$$

IV Donner un nom à un calcul avec une lettre



Approche historique

La mutation fondamentale vient du mathématicien français François Viète (1540-1603). Dans l'*In artem analyticem isagoge*, publié en 1591, il propose une algèbre nouvelle dans laquelle les lettres représentent non seulement les inconnues, mais aussi les grandeurs connues indéterminées, c'est-à-dire les coefficients ou paramètres.



Exemple guidé

On donne :

$$a = 1 + 3 \times 5$$

Calculer a , puis $f = 10 + 2 \times a$.

On calcule d'abord a :

$$a = 1 + 3 \times 5$$

$$= 1 + 15$$

$$a = 16.$$

On calcule ensuite :

$$f = 10 + 2 \times a$$

$$= 10 + 2 \times 16$$

$$= 10 + 32$$

$$\boxed{f = 42}.$$

Propriété 3

Quand un nombre est multiplié par une lettre, on peut supprimer le signe $\times$. Ainsi :

$$2 \times b = 2b.$$

Plus généralement, si k est un nombre et x une lettre, alors $k \times x$ peut s'écrire kx .



Piège à éviter

L'écriture $2b$ signifie $2 \times b$. Elle ne signifie pas un nombre à deux chiffres. Par exemple, si $b = 5$, alors :

$$2b = 2 \times 5 = 10.$$



Programme de calcul

On choisit un nombre n . On lui ajoute 2, puis on multiplie le résultat par 5, puis on ajoute 10.

Écrire le résultat en une seule expression.

On obtient :

$$5 \times (n + 2) + 10.$$

Les parenthèses sont nécessaires car il faut d'abord ajouter 2 au nombre choisi.

v Bilan du chapitre



Je dois savoir faire

À la fin du chapitre, je dois savoir :

- utiliser les mots multiple, diviseur, divisible par ;
- expliquer pourquoi un nombre est divisible par 2, 3, 5, 9 ou 10 ;
- calculer un carré ou un cube ;
- respecter les priorités opératoires avec le mémo PEMDAS ;
- calculer une expression numérique par étapes ;
- remplacer une lettre par la valeur qu'elle représente ;
- comprendre que $2b$ signifie $2 \times b$.

↩ Fin du cours ↪