

TD – EXERCICES

Chapitre 2

Symétrie centrale

Version sujet – Version imprimable

Sommaire

I	Reconnaître une symétrie centrale	2
II	Construire l'image de points	4
III	Construire l'image de figures	8
IV	Droites, cercles et propriétés	11
V	Bilan du chapitre	14
VI	Now we can talk	17

Objectifs du TD

- Reconnaître une figure qui admet un centre de symétrie.
- Construire l'image d'un point, d'une figure, d'une droite et d'un cercle.
- Utiliser les propriétés conservées par la symétrie centrale.
- Choisir un parcours de travail : consolider ou aller plus loin.

Thème I

Reconnaître une symétrie centrale

Exercice 1 Figures simples et centre de symétrie

Connaître

Raisonner

Pour chaque figure, dire si elle possède un centre de symétrie. Quand c'est le cas, placer ce centre.

Figure 1

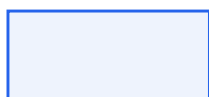


Figure 2



Figure 3

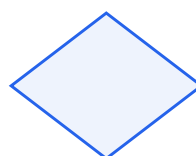
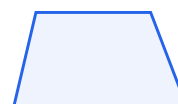


Figure 4



Exercice 2 Figures composées

Connaître

Communiquer

On observe les figures ci-dessous. Pour chaque figure, dire si un demi-tour permet de la superposer à elle-même.

Figure A



Figure B

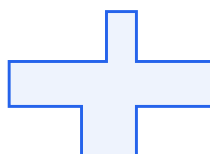
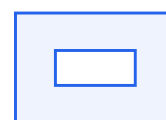


Figure C



Exercice 3 [!] Bilan : reconnaître une symétrie centrale

Connaître

Raisonner

Pour chacune des affirmations, répondre par vrai ou faux, puis justifier rapidement.

1. Tout rectangle possède un centre de symétrie.
2. Tout triangle possède un centre de symétrie.
3. Un cercle possède un centre de symétrie.
4. Une figure qui possède un axe de symétrie possède toujours un centre de symétrie.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 4, page 2.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 5, page 3.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 4 [+] Consolidation : reconnaître une symétrie centrale

Connaître

Raisonner

Pour chacune des affirmations, répondre par vrai ou faux, puis justifier rapidement.

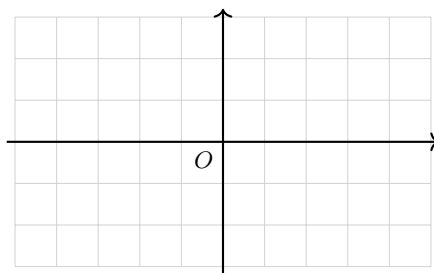
1. Tout parallélogramme possède un centre de symétrie.
2. Tout quadrilatère possède un centre de symétrie.
3. Un disque possède un centre de symétrie.
4. Une figure qui possède un centre de symétrie possède toujours un axe de symétrie.

Exercice 5 **[*] Approfondissement : construire une figure avec centre**

Représenter

Raisonner

Sur le quadrillage, dessiner une figure composée de quatre petits carrés qui possède un centre de symétrie, puis une figure composée de quatre petits carrés qui n'en possède pas.



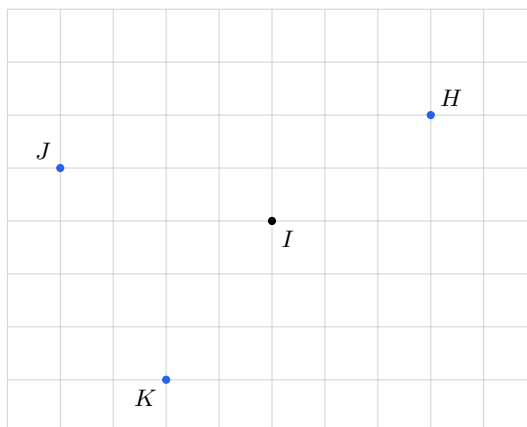
Thème II

Construire l'image de points

Exercice 6 Trois points images sur quadrillage

Représenter

Construire les symétriques des points J , K et H par rapport au point I .

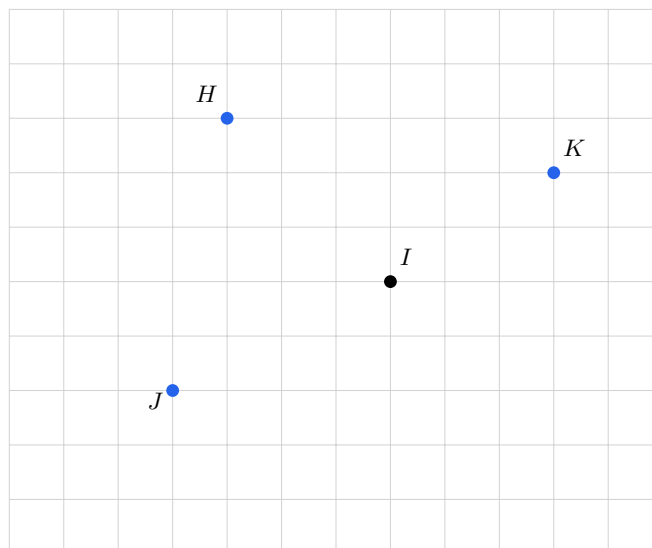


Exercice 7 Trois points à construire

Représenter

Raisonner

Sur le quadrillage, construire les points J' , K' et H' symétriques des points J , K et H par rapport au point I . Coder la figure.



Exercice 8 Se repérer avec des coordonnées

Représenter

**Repérage sur quadrillage**

Dans cet exercice, on utilise des coordonnées pour mieux se repérer sur un quadrillage.

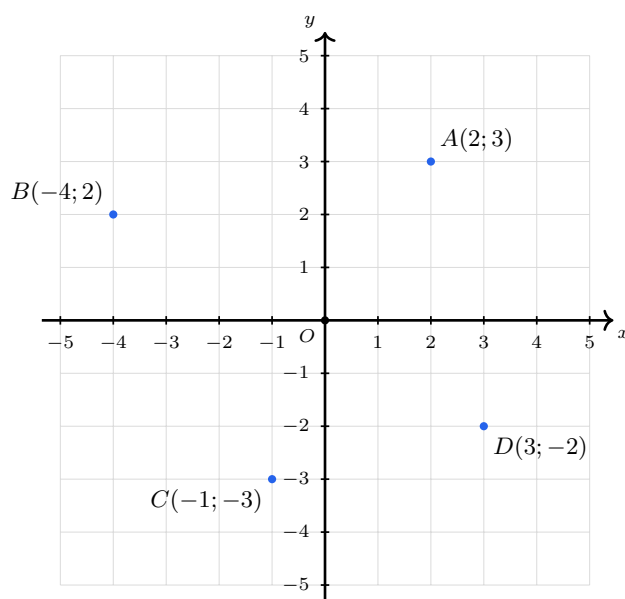
Cette compétence aide à visualiser les déplacements, mais elle ne sera pas évaluée dans ce chapitre.

Pour lire les coordonnées d'un point, on lit toujours :

(déplacement horizontal; déplacement vertical).

Par exemple, $A(3;2)$ signifie : 3 carreaux vers la droite, puis 2 carreaux vers le haut.

Dans le repère ci-dessous, construire les symétriques des points A , B , C et D par rapport au point O .



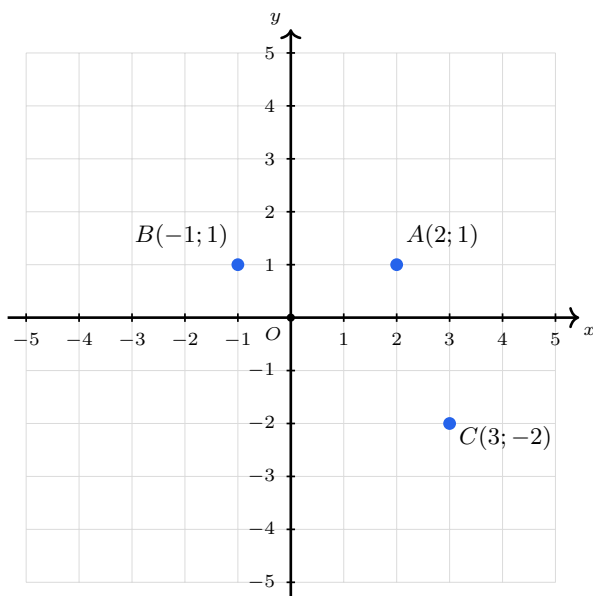
Exercice 9 Coordonnées et centres différents

Représenter

Calculer

Dans cet exercice, les coordonnées servent seulement à mieux visualiser la symétrie centrale. Cette compétence ne sera pas évaluée dans ce chapitre.

1. Donner les coordonnées de l'image de A par la symétrie de centre O .
2. Donner les coordonnées de l'image de B par la symétrie de centre A .
3. Donner les coordonnées de l'image de C par la symétrie de centre B .

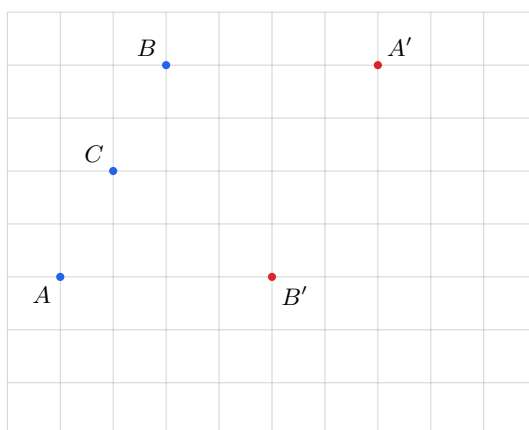


Exercice 10 [!] Bilan : points images et centre à retrouver

Représenter

Raisonner

On a commencé une symétrie centrale. Les points A' et B' sont les images de A et B . Retrouver le centre O , puis construire C' .



Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 11, page 7.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 12, page 7.

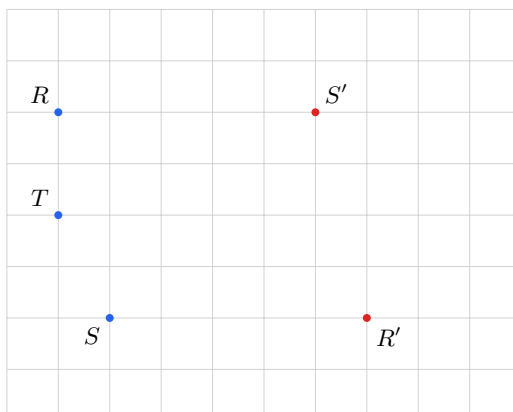
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 11 **[+] Consolidation : points images et centre à retrouver**

Représenter

Raisonner

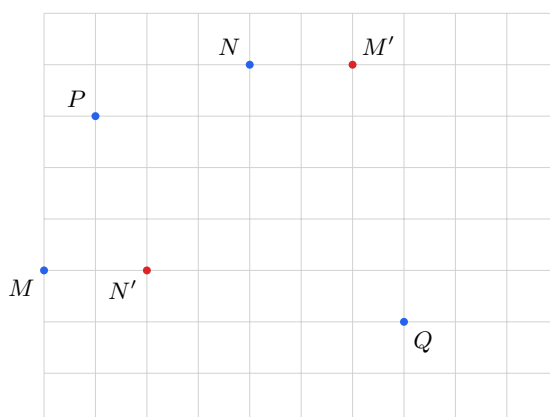
On a commencé une symétrie centrale. Les points R' et S' sont les images de R et S . Retrouver le centre O , puis construire T' .


Exercice 12 **[*] Approfondissement : centre inconnu**

Raisonner

Représenter

Les points M' et N' sont les images de M et N par une même symétrie centrale. Retrouver le centre, puis construire les images de P et Q .



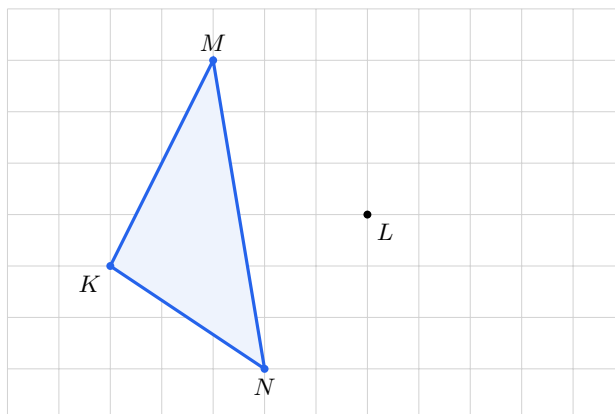
Thème III

Construire l'image de figures

Exercice 13 Image d'un triangle

Représenter

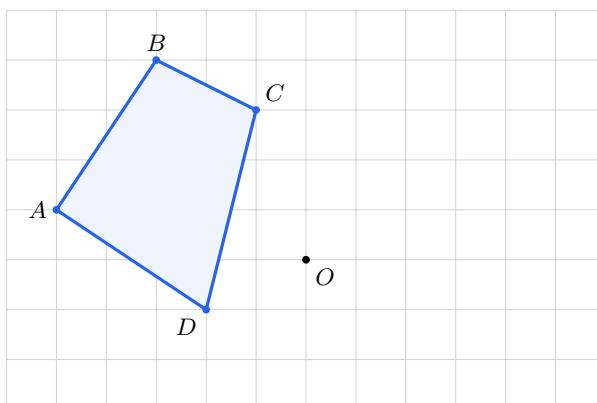
Construire le triangle $K'M'N'$ symétrique du triangle KMN par rapport au point L .



Exercice 14 Image d'un quadrilatère

Représenter

Construire l'image du quadrilatère $ABCD$ par la symétrie centrale de centre O .

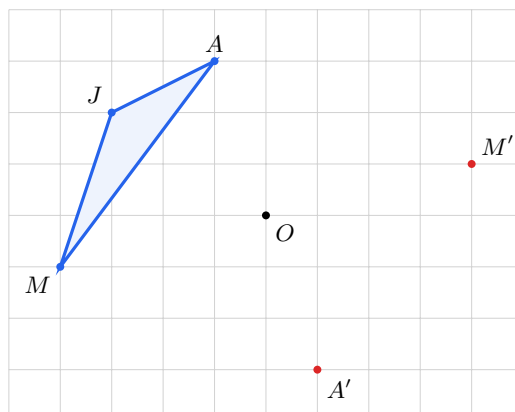


Exercice 15 Compléter une image déjà commencée

Représenter

Raisonner

Les points M' et A' sont les images respectives de M et A par la symétrie de centre O . Compléter l'image du triangle MAJ .

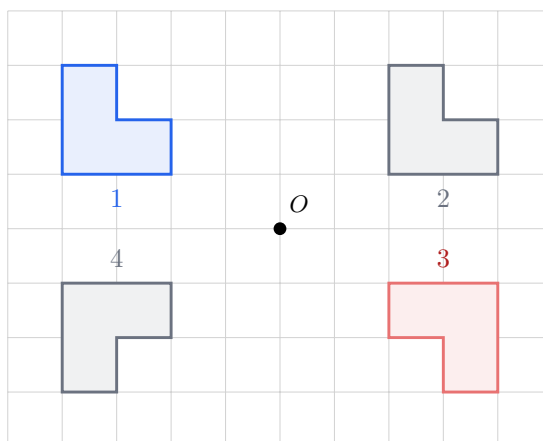


Exercice 16 [!] Bilan : retrouver l'image d'une figure

Représenter

Raisonner

La figure bleue numero 1 a été transformée par la symétrie centrale de centre O . Parmi les figures 2, 3 et 4, laquelle est son image ? Justifier rapidement.



Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 17, page 10.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 18, page 10.

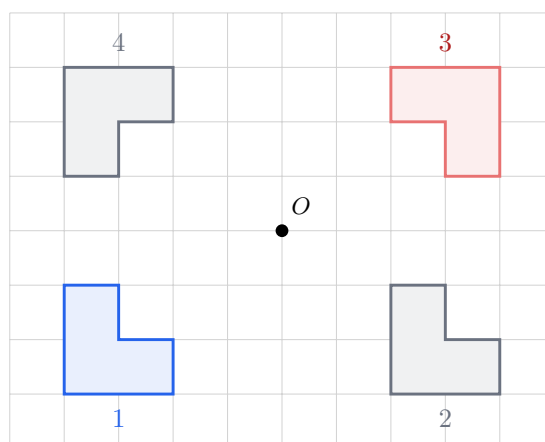
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 17 **[+] Consolidation : retrouver l'image d'une figure**

Représenter

Raisonnement

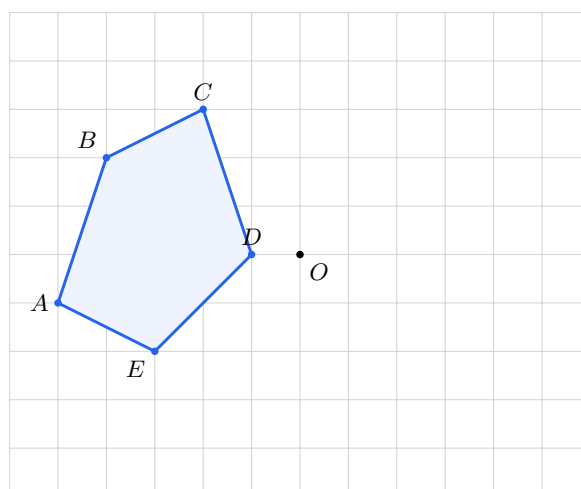
La figure bleue numéro 1 a été transformée par la symétrie centrale de centre O . Parmi les figures 2, 3 et 4, laquelle est son image ? Justifier rapidement.


Exercice 18 **[*] Approfondissement : image d'une figure et justification**

Représenter

Communiquer

Construire l'image du polygone $ABCDE$ par rapport à O , puis expliquer en une phrase pourquoi les côtés correspondants ont la même longueur.



Thème IV

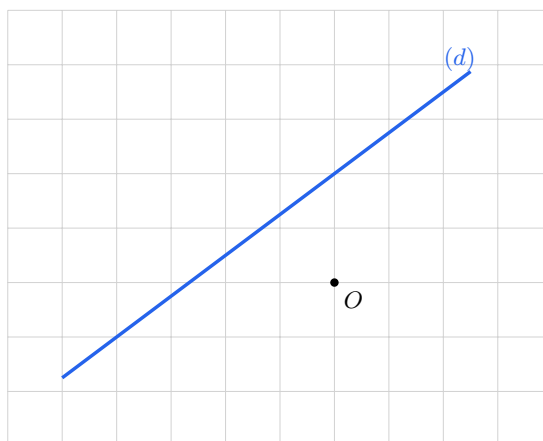
Droites, cercles et propriétés

Exercice 19 Image d'une droite

Représenter

Raisonner

Construire le symétrique de la droite (d) par rapport au point O .

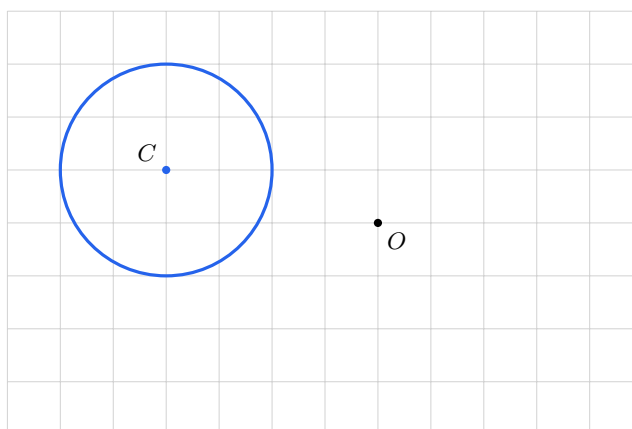


Exercice 20 Image d'un cercle

Représenter

Raisonner

Le cercle $\mathcal{C}$ a pour centre C et pour rayon 2 carreaux. Construire son image par la symétrie centrale de centre O .



Exercice 21 [!] Bilan : propriétés conservées

Raisonner

Communiquer

Le triangle ABC a pour image le triangle RST par une symétrie centrale.

Les correspondances sont :

$$A \mapsto R, \quad B \mapsto S, \quad C \mapsto T.$$

On sait que :

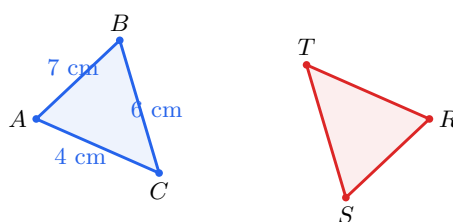
$$AB = 7 \text{ cm}, \quad AC = 4 \text{ cm}, \quad BC = 6 \text{ cm}.$$

1. Recopier et compléter :

$$[AB] \mapsto [\dots], \quad [AC] \mapsto [\dots], \quad [BC] \mapsto [\dots].$$

2. En déduire les longueurs RS , RT et ST .

3. Citer la propriété utilisée.



Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 22, page 12.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 23, page 13.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 22 [+] Consolidation : utiliser les correspondances

Raisonner

Communiquer

Le triangle MNP a pour image le triangle UVW par une symétrie centrale.

Les correspondances sont :

$$M \mapsto U, \quad N \mapsto V, \quad P \mapsto W.$$

On sait que :

$$MN = 5 \text{ cm}, \quad MP = 8 \text{ cm}, \quad NP = 6 \text{ cm}.$$

1. Compléter les correspondances entre les côtés :

$$[MN] \mapsto [\dots], \quad [MP] \mapsto [\dots], \quad [NP] \mapsto [\dots].$$

2. Donner les longueurs UV , UW et VW .

3. Citer la propriété utilisée.

Exercice 23 [*] **Approfondissement : longueurs et angles conservés**

Raisonner

Communiquer

Le triangle ABC a pour image le triangle RSE par une symétrie centrale.

Les correspondances sont :

$$A \mapsto R, \quad B \mapsto S, \quad C \mapsto E.$$

On sait que :

$$AB = 6 \text{ cm}, \quad AC = 9 \text{ cm}, \quad BC = 7 \text{ cm},$$

et

$$\widehat{ABC} = 50^\circ, \quad \widehat{BAC} = 80^\circ.$$

1. Donner les longueurs RS , RE et SE .
2. Donner les mesures des angles $\widehat{RSE}$ et $\widehat{SRE}$.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{RES}$.
4. Citer les propriétés utilisées.

Thème V

Bilan du chapitre

Exercice 24 Questions rapides de bilan

Connaître

Raisonnement

Répondre aux questions suivantes.

1. Quelle est l'image du centre d'une symétrie centrale ?
2. Si O est le milieu de $[AA']$, que peut-on dire de A' ?
3. La symétrie centrale conserve-t-elle les longueurs ? les angles ? le parallélisme ?
4. L'image d'un cercle de rayon 3 cm est-elle encore un cercle de rayon 3 cm ?

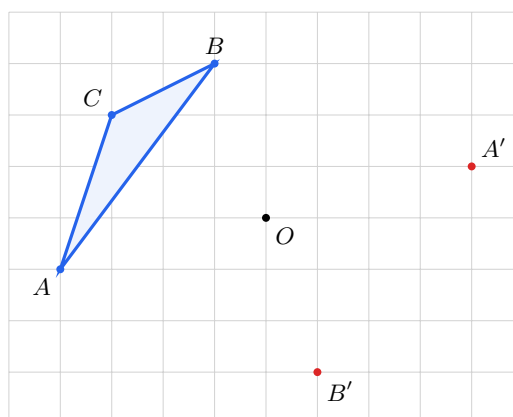
Exercice 25 Type brevet : construction et justification

Représenter

Communiquer

Sur la figure ci-dessous, le point O est le centre d'une symétrie centrale. On sait que A' est l'image de A et que B' est l'image de B .

1. Placer C' , image de C par cette symétrie.
2. Tracer le triangle $A'B'C'$.
3. Justifier pourquoi $A'B' = AB$.



Exercice 26 Type brevet : lire et exploiter une figure

Raisonnement

Communiquer

Le triangle DEF a pour image le triangle $D'E'F'$ par une symétrie centrale. On sait que

$$DE = 5 \text{ cm}, \quad EF = 8 \text{ cm}, \quad \widehat{DEF} = 42^\circ.$$

1. Donner $D'E'$ et $E'F'$.
2. Donner la mesure de l'angle $\widehat{D'E'F'}$.
3. Citer les propriétés utilisées.

Exercice 27 **[!] Bilan : Mock exam – préparation au test**

Connaître

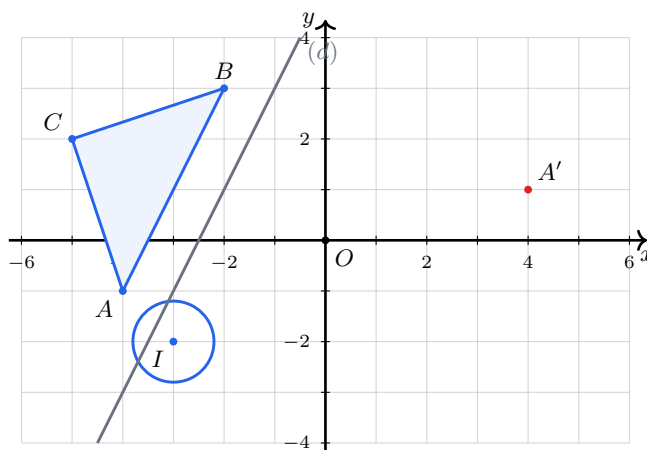
Représenter

Raisonnement

On considère la symétrie centrale de centre O et, dans le repère gradué ci-dessous, les points A , A' , B , C et I , le triangle ABC , le cercle $\mathcal{C}$ de centre I ainsi que la droite (d) .

Le point A' est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O .

1. Dire si un rectangle, un triangle quelconque et un cercle possèdent un centre de symétrie. Justifier brièvement.
2. Lire les coordonnées des points A , A' , B et C .
3. Construire les points B' et C' , images respectives des points B et C par la symétrie centrale de centre O , puis donner leurs coordonnées.
4. Tracer le triangle $A'B'C'$, image du triangle ABC par la symétrie centrale de centre O .
5. Construire le cercle $\mathcal{C}'$, image du cercle $\mathcal{C}$ par la symétrie centrale de centre O , en laissant apparents les traits de construction.
6. On sait que $AB = 6$ cm et $\widehat{ABC} = 48^\circ$. Donner $A'B'$ et $\widehat{A'B'C'}$, puis citer les propriétés de la symétrie centrale utilisées.
7. Les droites (AB) et (d) sont parallèles. Les droites $(A'B')$ et (d') sont leurs images respectives par la symétrie centrale de centre O . Que peut-on affirmer sur les droites $(A'B')$ et (d') ? Justifier.


Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 28, page 15.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 29, page 16.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 28 **[+] Consolidation : Mock exam – seconde version**

Connaître

Représenter

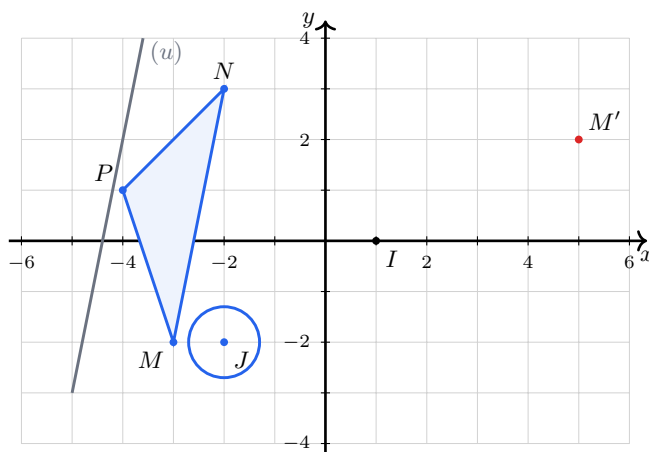
Raisonner

Cet exercice reprend exactement les mêmes compétences que le bilan avec d'autres données.

On considère la symétrie centrale de centre I et, dans le repère gradué ci-dessous, les points M , M' , N , P et J , le triangle MNP , le cercle $\mathcal{D}$ de centre J ainsi que la droite (u) .

Le point M' est l'image du point M par la symétrie centrale de centre I .

1. Dire si un parallélogramme, un triangle isocèle et un disque possèdent un centre de symétrie. Justifier brièvement.
2. Lire les coordonnées des points M , M' , N et P .
3. Construire les points N' et P' , images respectives des points N et P par la symétrie centrale de centre I , puis donner leurs coordonnées.
4. Tracer le triangle $M'N'P'$, image du triangle MNP par la symétrie centrale de centre I .
5. Construire le cercle $\mathcal{D}'$, image du cercle $\mathcal{D}$ par la symétrie centrale de centre I , en laissant apparents les traits de construction.
6. On sait que $MN = 7$ cm et $\widehat{MNP} = 55^\circ$. Donner $M'N'$ et $\widehat{M'N'P'}$, puis citer les propriétés de la symétrie centrale utilisées.
7. Les droites (MN) et (u) sont parallèles. Les droites $(M'N')$ et (u') sont leurs images respectives par la symétrie centrale de centre I . Que peut-on affirmer sur les droites $(M'N')$ et (u') ? Justifier.


Exercice 29 **[*] Approfondissement : Mock exam – raisonnement**

Raisonner

Communiquer

Cette version demande davantage d'initiative et des justifications plus complètes.

1. Une figure possède deux axes de symétrie perpendiculaires. Peut-on affirmer qu'elle possède un centre de symétrie? Expliquer.
2. Les points A' et B' sont les images de A et B par une même symétrie centrale. Décrire une construction du centre sans connaître ses coordonnées.
3. Le point C est situé deux carreaux à droite et quatre carreaux au-dessous du centre O . Décrire la position de C' .
4. Le quadrilatère $ABCD$ a pour image $A'B'C'D'$. On sait que $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm et $\widehat{ABC} = 110^\circ$. Donner $A'B'$, $B'C'$ et $\widehat{A'B'C'}$ en justifiant.
5. Expliquer comment construire l'image d'un cercle lorsque son centre est confondu avec le centre de la symétrie.
6. Vrai ou faux : si deux segments ont la même longueur, ils sont nécessairement images l'un de l'autre par une symétrie centrale. Justifier.

Thème VI

Now we can talk

Exercice 30 ★ ★ ★ Compléter un triangle image

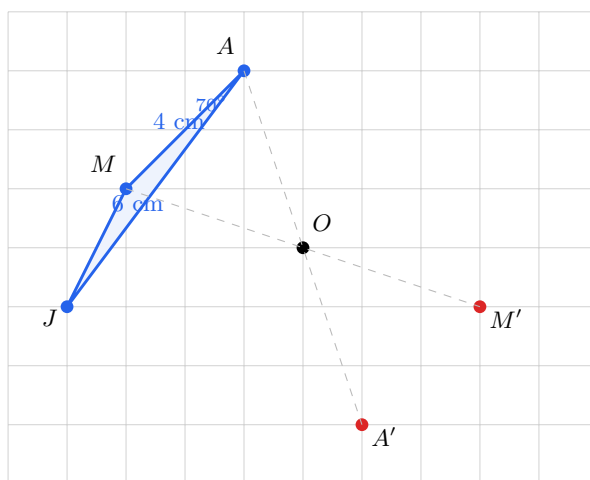
Représenter

Raisonner

Communiquer

Les points M' et A' sont les images respectives des points M et A par la symétrie centrale de centre O . On sait que $MA = 4$ cm, $AJ = 6$ cm et que l'angle $\widehat{MAJ}$ mesure 70° .

1. Construire le point J' , image de J par cette symétrie centrale.
2. Tracer le triangle $M'A'J'$.
3. Donner les longueurs $M'A'$ et $A'J'$.
4. Donner la mesure de l'angle $\widehat{M'A'J'}$.
5. Justifier les réponses avec une propriété du cours.

**Exercice 31** ★ Construction longue : figure codée

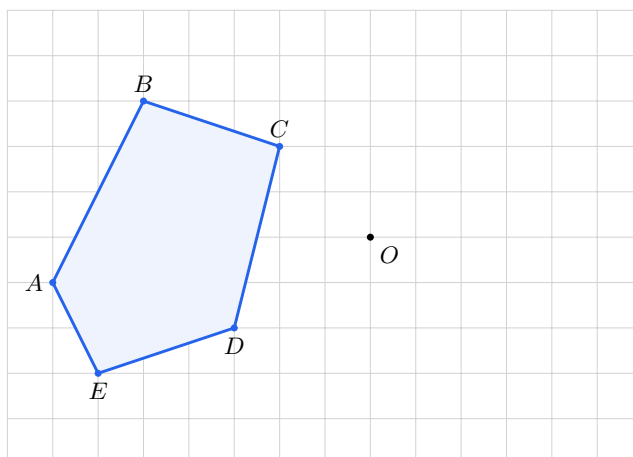
Représenter

Raisonner

Communiquer

On veut construire l'image complète d'une figure par la symétrie de centre O .

1. Construire les images des points A , B , C , D et E .
2. Relier les points images dans le bon ordre.
3. Expliquer pourquoi le segment image de $[AB]$ a la même longueur que $[AB]$.



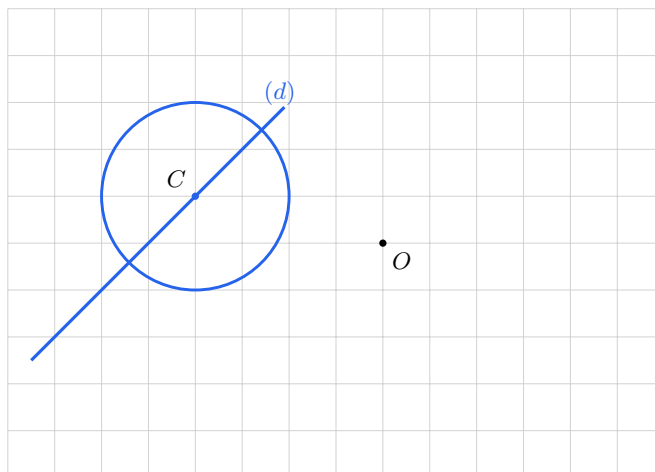
Exercice 32 ★ ★ Construction par étapes imposées

Représenter

Raisonner

Construire l'image de la figure suivante par la symétrie centrale de centre O . Les étapes sont imposées.

1. Choisir deux points sur la droite (d) et construire leurs images.
2. Construire l'image du centre C du cercle.
3. Tracer la droite image et le cercle image.
4. Placer les images des points d'intersection lorsque c'est possible.


Exercice 33 ★ Défi : retrouver le centre

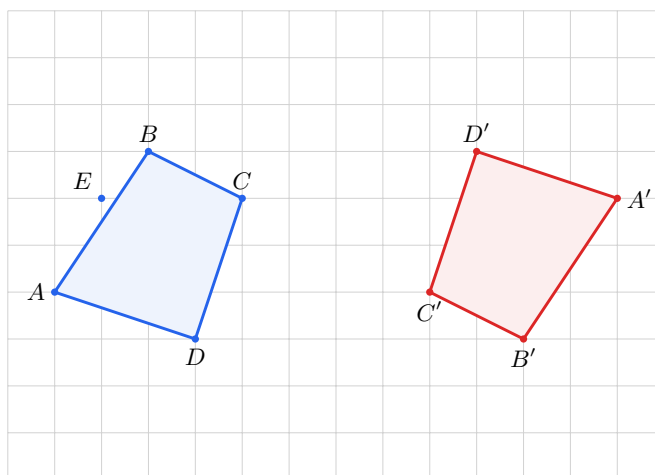
Raisonner

Représenter

Communiquer

Les deux figures ci-dessous sont images l'une de l'autre par une symétrie centrale.

1. Retrouver le centre de la symétrie.
2. Justifier la méthode utilisée.
3. Compléter l'image du point E .



Exercice 34★★★ **Symétrie centrale et calcul littéral**

Calculer

Raisonner

Communiquer

Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une symétrie centrale.

On sait que :

$$AB = 2x + 3, \quad AC = 4x - 1, \quad BC = x + 7.$$

1. Compléter les égalités suivantes :

$$A'B' = \dots\dots\dots, \quad A'C' = \dots\dots\dots, \quad B'C' = \dots\dots\dots$$

2. On donne maintenant $x = 4$. Calculer les longueurs $A'B'$, $A'C'$ et $B'C'$.
3. On sait que le périmètre du triangle ABC est égal à 44 cm. Écrire une égalité avec x , puis déterminer la valeur de x .
4. En déduire le périmètre du triangle $A'B'C'$.

↩ Fin du TD ↪