

TD – EXERCICES

Chapitre 2

Symétrie centrale

Version corrigée – Version imprimable

Sommaire

I	Reconnaître une symétrie centrale	2
II	Construire l'image de points	5
III	Construire l'image de figures	11
IV	Droites, cercles et propriétés	15
V	Bilan du chapitre	20
VI	Now we can talk	25

Objectifs du TD

- Reconnaître une figure qui admet un centre de symétrie.
- Construire l'image d'un point, d'une figure, d'une droite et d'un cercle.
- Utiliser les propriétés conservées par la symétrie centrale.
- Choisir un parcours de travail : consolider ou aller plus loin.

Thème I

Reconnaître une symétrie centrale

Exercice 1 Figures simples et centre de symétrie

Connaître

Raisonner

Pour chaque figure, dire si elle possède un centre de symétrie. Quand c'est le cas, placer ce centre.

Figure 1

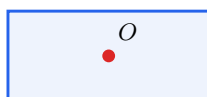


Figure 2



non

Figure 3

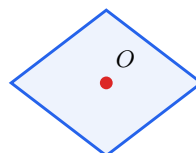
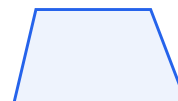


Figure 4



non

Corrigé ci-dessous



Corrigé

- Figure 1 : oui. Le centre est le point d'intersection des diagonales du rectangle.
- Figure 2 : non. Un triangle quelconque ne reste pas inchangé par un demi-tour.
- Figure 3 : oui. Le centre est le point d'intersection des diagonales du losange.
- Figure 4 : non. Ce trapèze quelconque ne reste pas inchangé par un demi-tour.

Exercice 2 Figures composées

Connaître

Communiquer

On observe les figures ci-dessous. Pour chaque figure, dire si un demi-tour permet de la superposer à elle-même.

Figure A

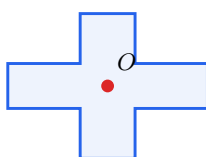
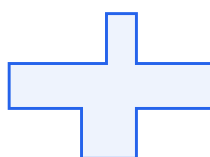
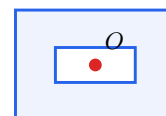


Figure B



pas de centre

Figure C



Corrigé ci-dessous



Corrigé

La figure A possède un centre de symétrie, au centre de la figure. La figure B n'en possède pas : la partie du haut ne correspond pas exactement à la partie du bas après un demi-tour. La figure C possède un centre de symétrie : c'est le centre du grand rectangle et du trou central.

Exercice 3 [!] Bilan : reconnaître une symétrie centrale

Connaître

Raisonner

Pour chacune des affirmations, répondre par vrai ou faux, puis justifier rapidement.

1. Tout rectangle possède un centre de symétrie.
2. Tout triangle possède un centre de symétrie.
3. Un cercle possède un centre de symétrie.
4. Une figure qui possède un axe de symétrie possède toujours un centre de symétrie.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. Vrai : son centre est l'intersection des diagonales.
2. Faux : un triangle non aplati n'a pas de centre de symétrie.
3. Vrai : son centre est aussi centre de symétrie.
4. Faux : un triangle isocèle possède un axe de symétrie mais pas de centre de symétrie.

Exercice 4 **[+] Consolidation : reconnaître une symétrie centrale**

Connaître

Raisonner

Pour chacune des affirmations, répondre par vrai ou faux, puis justifier rapidement.

1. Tout parallélogramme possède un centre de symétrie.
2. Tout quadrilatère possède un centre de symétrie.
3. Un disque possède un centre de symétrie.
4. Une figure qui possède un centre de symétrie possède toujours un axe de symétrie.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

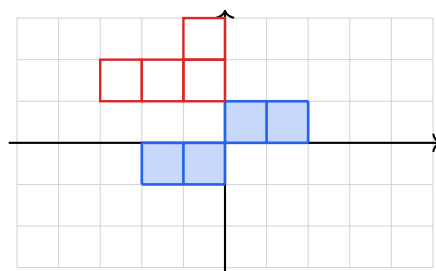
1. Vrai : le centre est l'intersection de ses diagonales.
2. Faux : un trapèze quelconque, par exemple, n'en possède pas.
3. Vrai : le centre du disque est son centre de symétrie.
4. Faux : certaines figures ont un centre de symétrie sans avoir d'axe de symétrie.

Exercice 5 **[*] Approfondissement : construire une figure avec centre**

Représenter

Raisonner

Sur le quadrillage, dessiner une figure composée de quatre petits carrés qui possède un centre de symétrie, puis une figure composée de quatre petits carrés qui n'en possède pas.



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

Il y a plusieurs réponses possibles. Pour la première figure, il faut que chaque carré ait un carré correspondant de l'autre côté du centre après un demi-tour. Pour la deuxième, on peut casser cette correspondance.

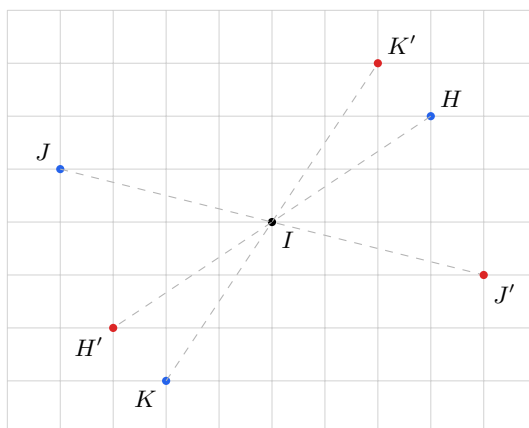
Thème II

Construire l'image de points

Exercice 6 Trois points images sur quadrillage

Représenter

Construire les symétriques des points J , K et H par rapport au point I .



Corrigé ci-dessous



Corrigé

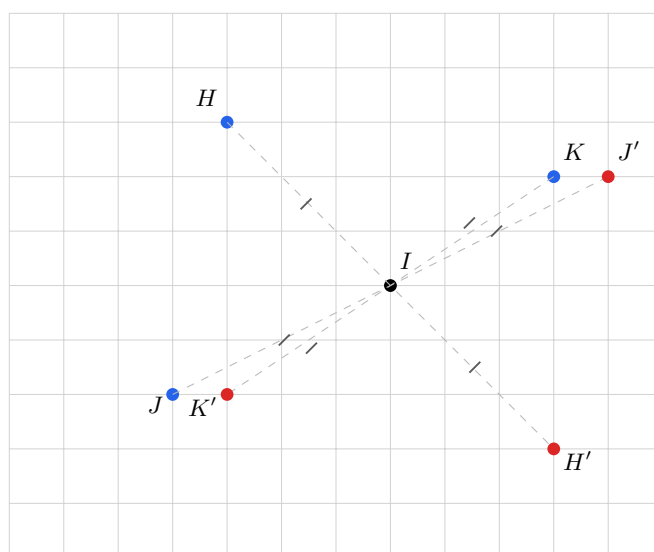
Le point I doit être le milieu de $[JJ']$, de $[KK']$ et de $[HH']$. On obtient $J'(4; -1)$, $K'(2; 3)$ et $H'(-3; -2)$ si l'on lit le quadrillage comme un repère centré en I .

Exercice 7 Trois points à construire

Représenter

Raisonner

Sur le quadrillage, construire les points J' , K' et H' symétriques des points J , K et H par rapport au point I . Coder la figure.



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

Pour chaque point, le point I doit être le milieu du segment qui relie le point et son image.

Ainsi, on place J' de l'autre côté de I que J , à la même distance. On fait de même pour K' et H' .

On obtient :

$$J' = (5; 2), \quad K' = (-2; -2), \quad H' = (4; -3)$$

si l'on lit les positions sur le quadrillage.

Exercice 8 Se repérer avec des coordonnées

Représenter

Repérage sur quadrillage

Dans cet exercice, on utilise des coordonnées pour mieux se repérer sur un quadrillage.

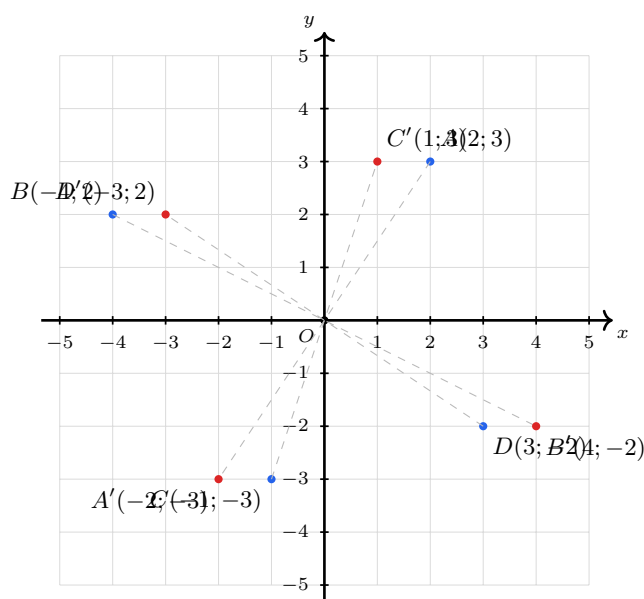
Cette compétence aide à visualiser les déplacements, mais elle ne sera pas évaluée dans ce chapitre.

Pour lire les coordonnées d'un point, on lit toujours :

(déplacement horizontal; déplacement vertical).

Par exemple, $A(3;2)$ signifie : 3 carreaux vers la droite, puis 2 carreaux vers le haut.

Dans le repère ci-dessous, construire les symétriques des points A , B , C et D par rapport au point O .



Corrigé ci-dessous

Corrigé

Le symétrique d'un point par rapport à O se trouve de l'autre côté de O , à la même distance.

Dans un repère centré en O , cela revient à changer les deux coordonnées de signe :

$$A(2;3) \mapsto A'(-2;-3), \quad B(-4;2) \mapsto B'(4;-2),$$

$$C(-1;-3) \mapsto C'(1;3), \quad D(3;-2) \mapsto D'(-3;2).$$

Cette méthode avec les coordonnées est seulement une aide pour se repérer : elle ne sera pas évaluée dans ce chapitre.

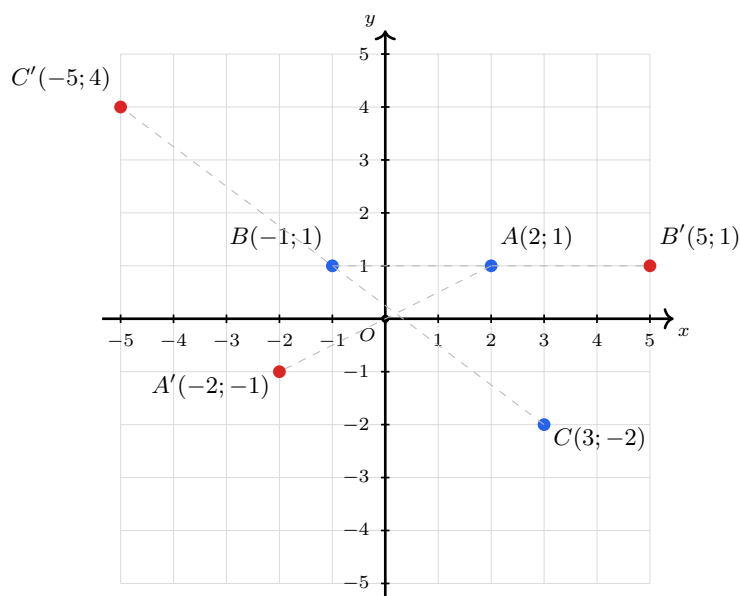
Exercice 9 Coordonnées et centres différents

Représenter

Calculer

Dans cet exercice, les coordonnées servent seulement à mieux visualiser la symétrie centrale. Cette compétence ne sera pas évaluée dans ce chapitre.

1. Donner les coordonnées de l'image de A par la symétrie de centre O .
2. Donner les coordonnées de l'image de B par la symétrie de centre A .
3. Donner les coordonnées de l'image de C par la symétrie de centre B .



Corrigé ci-dessous



Corrigé

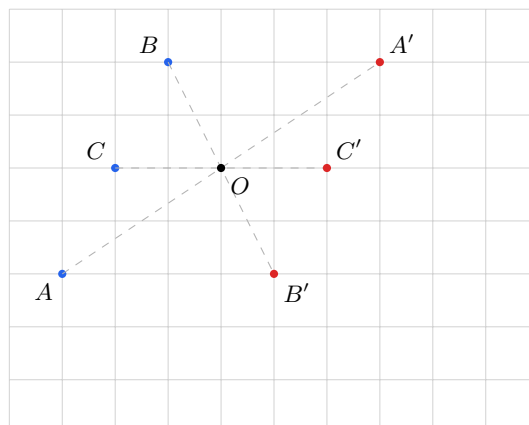
1. L'image de $A(2;1)$ par la symétrie de centre O est $A'(-2;-1)$.
2. Le point A doit être le milieu de $[BB']$. On trouve $B'(5;1)$.
3. Le point B doit être le milieu de $[CC']$. On trouve $C'(-5;4)$.

Exercice 10 [!] Bilan : points images et centre à retrouver

Représenter

Raisonner

On a commencé une symétrie centrale. Les points A' et B' sont les images de A et B . Retrouver le centre O , puis construire C' .



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

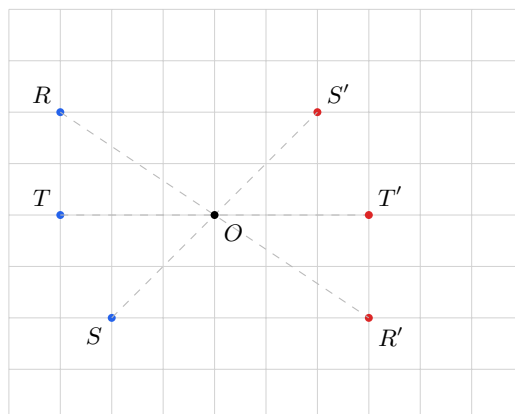
Le centre de symétrie est le milieu de $[AA']$ et aussi celui de $[BB']$. On trouve $O(-1;1)$. Ensuite, on construit C' de sorte que O soit le milieu de $[CC']$, donc $C'(1;1)$.

Exercice 11 **[+] Consolidation : points images et centre à retrouver**

Représenter

Raisonner

On a commencé une symétrie centrale. Les points R' et S' sont les images de R et S . Retrouver le centre O , puis construire T' .



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

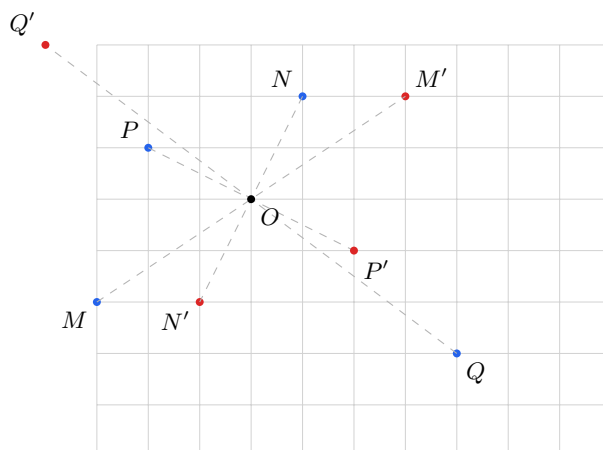
Le centre de symétrie est le milieu de $[RR']$ et aussi celui de $[SS']$. On trouve $O(-1;0)$. Ensuite, on construit T' de sorte que O soit le milieu de $[TT']$, donc $T'(2;0)$.

Exercice 12 **[*] Approfondissement : centre inconnu**

Raisonner

Représenter

Les points M' et N' sont les images de M et N par une même symétrie centrale. Retrouver le centre, puis construire les images de P et Q .



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

Le centre est le milieu de $[MM']$ et de $[NN']$, donc $O(-2; 1)$. On construit ensuite P' et Q' en utilisant ce même centre. On obtient $P'(0; 0)$ et $Q'(-6; 4)$.

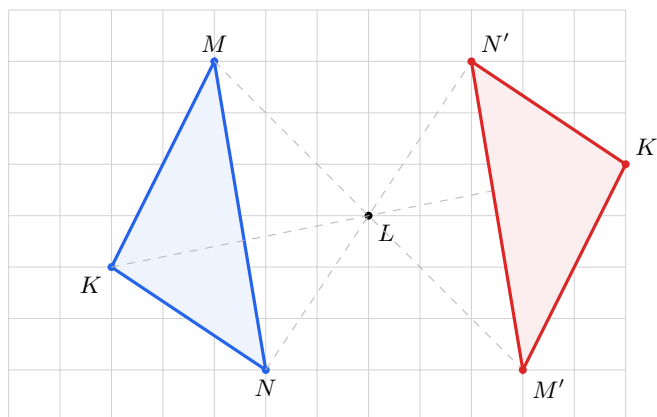
Thème III

Construire l'image de figures

Exercice 13 Image d'un triangle

Représenter

Construire le triangle $K'M'N'$ symétrique du triangle KMN par rapport au point L .



Corrigé ci-dessous



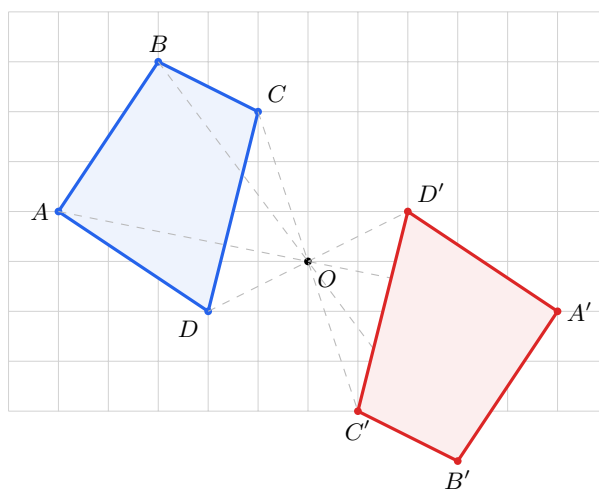
Corrigé

On construit d'abord K' , M' et N' de sorte que L soit le milieu de $[KK']$, $[MM']$ et $[NN']$. Puis on relie les trois points images pour obtenir le triangle $K'M'N'$.

Exercice 14 Image d'un quadrilatère

Représenter

Construire l'image du quadrilatère $ABCD$ par la symétrie centrale de centre O .



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

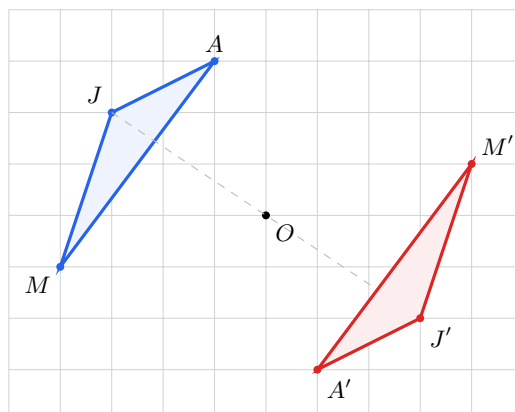
On construit les images des quatre sommets. La symétrie centrale conserve l'alignement et les longueurs : il suffit ensuite de relier A' , B' , C' et D' dans le même ordre.

Exercice 15 Compléter une image déjà commencée

Représenter

Raisonner

Les points M' et A' sont les images respectives de M et A par la symétrie de centre O . Compléter l'image du triangle MAJ .



Corrigé ci-dessous



Corrigé

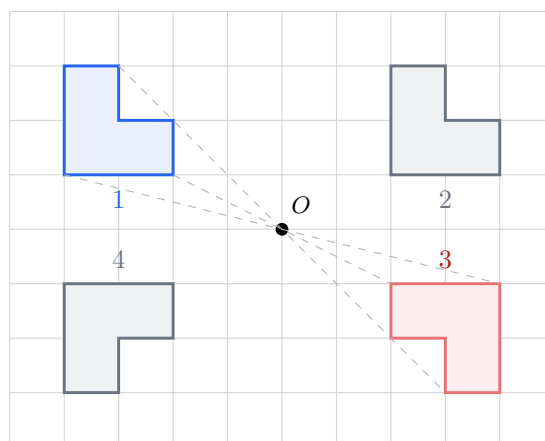
Il reste à construire J' tel que O soit le milieu de $[JJ']$. Ensuite on relie M' , A' et J' . On obtient l'image complète du triangle MAJ .

Exercice 16 [!] Bilan : retrouver l'image d'une figure

Représenter

Raisonner

La figure bleue numero 1 a été transformée par la symétrie centrale de centre O . Parmi les figures 2, 3 et 4, laquelle est son image ? Justifier rapidement.



Corrigé ci-dessous



Corrigé

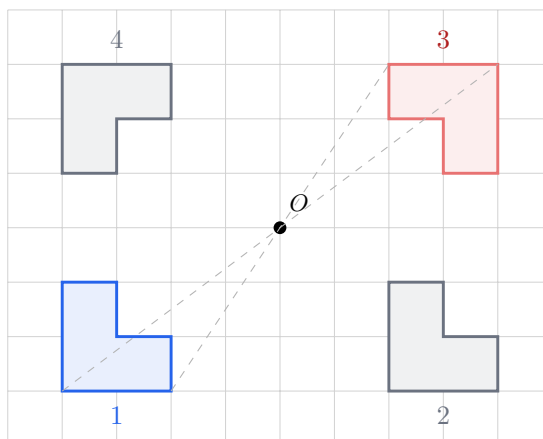
L'image de la figure 1 est la figure 3.
En effet, chaque sommet de la figure 1 doit avoir une image de l'autre côté de O , à la même distance. La figure 3 est bien obtenue par un demi-tour autour de O .

Exercice 17 **[+] Consolidation : retrouver l'image d'une figure**

Représenter

Raisonner

La figure bleue numéroté 1 a été transformée par la symétrie centrale de centre O . Parmi les figures 2, 3 et 4, laquelle est son image ? Justifier rapidement.



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

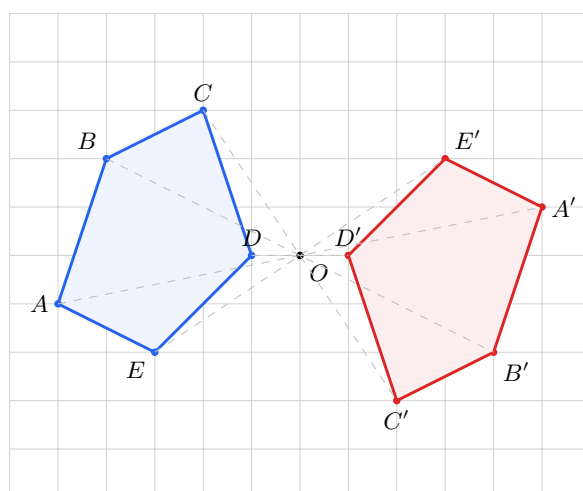
L'image de la figure 1 est la figure 3. Chaque sommet de la figure 1 et le sommet correspondant de la figure 3 sont opposés par rapport à O : on obtient bien la figure 3 après un demi-tour.

Exercice 18 **[*] Approfondissement : image d'une figure et justification**

Représenter

Communiquer

Construire l'image du polygone $ABCDE$ par rapport à O , puis expliquer en une phrase pourquoi les côtés correspondants ont la même longueur.



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

La symétrie centrale conserve les longueurs. Les côtés correspondants, comme $[AB]$ et $[A'B']$, ont donc la même longueur.

Thème IV

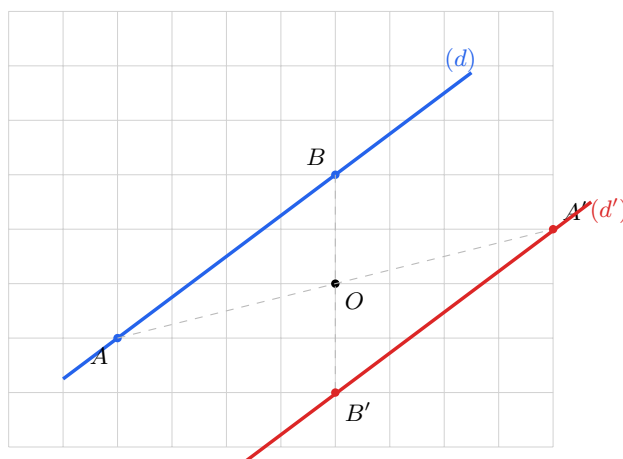
Droites, cercles et propriétés

Exercice 19 Image d'une droite

Représenter

Raisonner

Construire le symétrique de la droite (d) par rapport au point O .



Corrigé ci-dessous



Corrigé

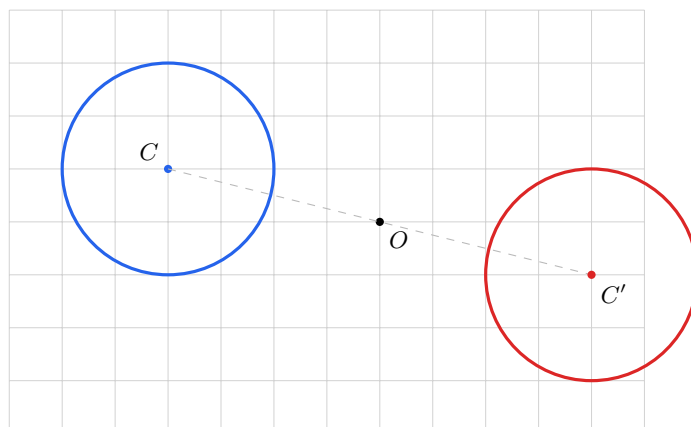
On choisit deux points distincts A et B sur la droite (d) . On construit leurs images A' et B' . La droite $(A'B')$ est l'image de (d) .

Exercice 20 Image d'un cercle

Représenter

Raisonner

Le cercle $\mathcal{C}$ a pour centre C et pour rayon 2 carreaux. Construire son image par la symétrie centrale de centre O .



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

L'image d'un cercle est un cercle de même rayon. On construit donc l'image C' du centre C , puis on trace le cercle de centre C' et de rayon 2 carreaux.

Exercice 21 [!] Bilan : propriétés conservées

Raisonner

Communiquer

Le triangle ABC a pour image le triangle RST par une symétrie centrale.

Les correspondances sont :

$$A \mapsto R, \quad B \mapsto S, \quad C \mapsto T.$$

On sait que :

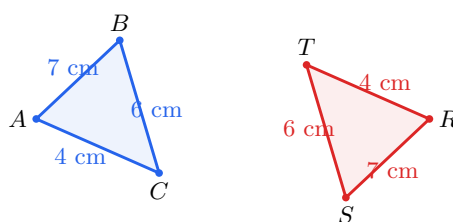
$$AB = 7 \text{ cm}, \quad AC = 4 \text{ cm}, \quad BC = 6 \text{ cm}.$$

1. Recopier et compléter :

$$[AB] \mapsto [\dots], \quad [AC] \mapsto [\dots], \quad [BC] \mapsto [\dots].$$

2. En déduire les longueurs RS , RT et ST .

3. Citer la propriété utilisée.



Corrigé ci-dessous



Corrigé

Les correspondances entre les sommets sont :

$$A \mapsto R, \quad B \mapsto S, \quad C \mapsto T.$$

Donc les correspondances entre les côtés sont :

$$[AB] \mapsto [RS],$$

$$[AC] \mapsto [RT],$$

et

$$[BC] \mapsto [ST].$$

Une symétrie centrale conserve les longueurs.

Ainsi :

$$RS = AB = 7 \text{ cm},$$

$$RT = AC = 4 \text{ cm},$$

et

$$ST = BC = 6 \text{ cm}.$$

La propriété utilisée est donc la conservation des longueurs.

Exercice 22 [+] Consolidation : utiliser les correspondances

Raisonner

Communiquer

Le triangle MNP a pour image le triangle UVW par une symétrie centrale.

Les correspondances sont :

$$M \mapsto U, \quad N \mapsto V, \quad P \mapsto W.$$

On sait que :

$$MN = 5 \text{ cm}, \quad MP = 8 \text{ cm}, \quad NP = 6 \text{ cm}.$$

1. Compléter les correspondances entre les côtés :

$$[MN] \mapsto [\dots], \quad [MP] \mapsto [\dots], \quad [NP] \mapsto [\dots].$$

2. Donner les longueurs UV , UW et VW .
3. Citer la propriété utilisée.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

Les correspondances entre les sommets sont :

$$M \mapsto U, \quad N \mapsto V, \quad P \mapsto W.$$

Donc :

$$[MN] \mapsto [UV],$$

$$[MP] \mapsto [UW],$$

et

$$[NP] \mapsto [VW].$$

Une symétrie centrale conserve les longueurs.

Ainsi :

$$UV = MN = 5 \text{ cm},$$

$$UW = MP = 8 \text{ cm},$$

et

$$VW = NP = 6 \text{ cm}.$$

La propriété utilisée est donc la conservation des longueurs.

Exercice 23 [*] Approfondissement : longueurs et angles conservés

Raisonnement

Communiquer

Le triangle ABC a pour image le triangle RSE par une symétrie centrale.
Les correspondances sont :

$$A \mapsto R, \quad B \mapsto S, \quad C \mapsto E.$$

On sait que :

$$AB = 6 \text{ cm}, \quad AC = 9 \text{ cm}, \quad BC = 7 \text{ cm},$$

et

$$\widehat{ABC} = 50^\circ, \quad \widehat{BAC} = 80^\circ.$$

1. Donner les longueurs RS , RE et SE .
2. Donner les mesures des angles $\widehat{RSE}$ et $\widehat{SRE}$.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{RES}$.
4. Citer les propriétés utilisées.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

Les correspondances entre les sommets sont :

$$A \mapsto R, \quad B \mapsto S, \quad C \mapsto E.$$

Donc les correspondances entre les côtés sont :

$$[AB] \mapsto [RS],$$

$$[AC] \mapsto [RE],$$

et

$$[BC] \mapsto [SE].$$

Une symétrie centrale conserve les longueurs.

Ainsi :

$$RS = AB = 6 \text{ cm},$$

$$RE = AC = 9 \text{ cm},$$

et

$$SE = BC = 7 \text{ cm}.$$

Les correspondances entre les angles sont :

$$\widehat{ABC} \mapsto \widehat{RSE},$$

et

$$\widehat{BAC} \mapsto \widehat{SRE}.$$

Une symétrie centrale conserve les angles.

Donc :

$$\widehat{RSE} = 50^\circ$$

et

$$\widehat{SRE} = 80^\circ.$$

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180° .

Donc :

$$\widehat{RES} = 180^\circ - 50^\circ - 80^\circ.$$

Ainsi :

$$\widehat{RES} = 50^\circ.$$

Les propriétés utilisées sont la conservation des longueurs et la conservation des angles par symétrie centrale.

Thème V

Bilan du chapitre

Exercice 24 Questions rapides de bilan

Connaître

Raisonnement

Répondre aux questions suivantes.

1. Quelle est l'image du centre d'une symétrie centrale ?
2. Si O est le milieu de $[AA']$, que peut-on dire de A' ?
3. La symétrie centrale conserve-t-elle les longueurs ? les angles ? le parallélisme ?
4. L'image d'un cercle de rayon 3 cm est-elle encore un cercle de rayon 3 cm ?

Corrigé ci-dessous



Corrigé

1. Le centre a pour image lui-même.
2. A' est le symétrique de A par rapport à O .
3. Oui, la symétrie centrale conserve les longueurs, les angles et le parallélisme.
4. Oui, l'image est un cercle de même rayon.

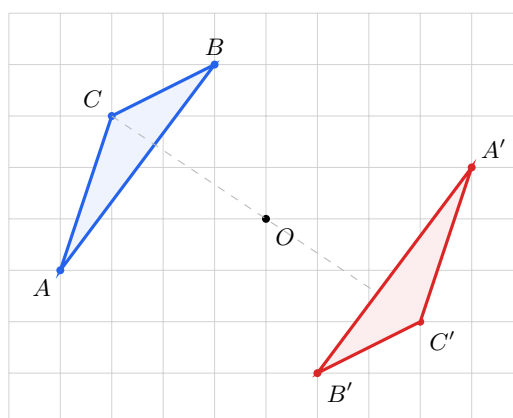
Exercice 25 Type brevet : construction et justification

Représenter

Communiquer

Sur la figure ci-dessous, le point O est le centre d'une symétrie centrale. On sait que A' est l'image de A et que B' est l'image de B .

1. Placer C' , image de C par cette symétrie.
2. Tracer le triangle $A'B'C'$.
3. Justifier pourquoi $A'B' = AB$.



Corrigé ci-dessous



Corrigé

On place C' de sorte que O soit le milieu de $[CC']$. La symétrie centrale conserve les longueurs, donc $A'B' = AB$.

Exercice 26 Type brevet : lire et exploiter une figure

Raisonner

Communiquer

Le triangle DEF a pour image le triangle $D'E'F'$ par une symétrie centrale. On sait que

$$DE = 5 \text{ cm}, \quad EF = 8 \text{ cm}, \quad \widehat{DEF} = 42^\circ.$$

1. Donner $D'E'$ et $E'F'$.
2. Donner la mesure de l'angle $\widehat{D'E'F'}$.
3. Citer les propriétés utilisées.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

La symétrie centrale conserve les longueurs et les angles. Donc $D'E' = 5 \text{ cm}$, $E'F' = 8 \text{ cm}$ et $\widehat{D'E'F'} = 42^\circ$.

Exercice 27 [!] **Bilan : Mock exam – préparation au test**

Connaître

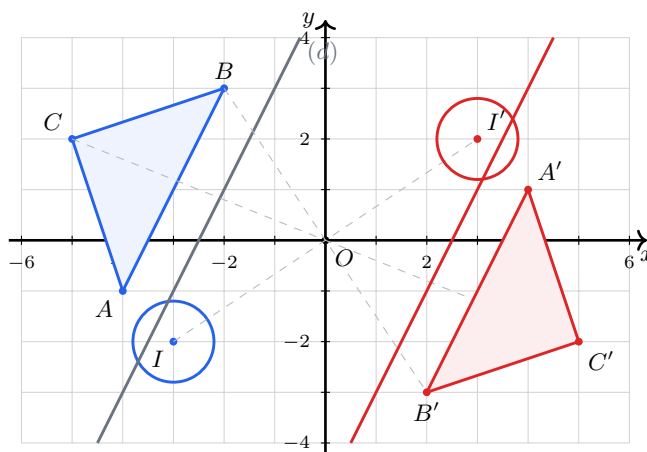
Représenter

Raisonnement

On considère la symétrie centrale de centre O et, dans le repère gradué ci-dessous, les points A , A' , B , C et I , le triangle ABC , le cercle $\mathcal{C}$ de centre I ainsi que la droite (d) .

Le point A' est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O .

1. Dire si un rectangle, un triangle quelconque et un cercle possèdent un centre de symétrie. Justifier brièvement.
2. Lire les coordonnées des points A , A' , B et C .
3. Construire les points B' et C' , images respectives des points B et C par la symétrie centrale de centre O , puis donner leurs coordonnées.
4. Tracer le triangle $A'B'C'$, image du triangle ABC par la symétrie centrale de centre O .
5. Construire le cercle $\mathcal{C}'$, image du cercle $\mathcal{C}$ par la symétrie centrale de centre O , en laissant apparents les traits de construction.
6. On sait que $AB = 6$ cm et $\widehat{ABC} = 48^\circ$. Donner $A'B'$ et $\widehat{A'B'C'}$, puis citer les propriétés de la symétrie centrale utilisées.
7. Les droites (AB) et (d) sont parallèles. Les droites $(A'B')$ et (d') sont leurs images respectives par la symétrie centrale de centre O . Que peut-on affirmer sur les droites $(A'B')$ et (d') ? Justifier.



Corrigé ci-dessous


Corrigé

1. Le rectangle et le cercle ont un centre de symétrie ; un triangle quelconque n'en a pas.
2. $A(-4; -1)$, $A'(4; 1)$, $B(-2; 3)$ et $C(-5; 2)$.
3. Pour la symétrie centrale de centre O , on construit B' et C' de sorte que O soit respectivement le milieu de $[BB']$ et de $[CC']$. On obtient $B'(2; -3)$ et $C'(5; -2)$.
4. On relie A' , B' et C' dans le même ordre : le triangle obtenu est l'image de ABC par la symétrie centrale de centre O .
5. On construit I' , image de I par la symétrie centrale de centre O , puis on trace le cercle de centre I' et de même rayon que $\mathcal{C}$.
6. La symétrie centrale conserve les longueurs et les angles : $A'B' = 6$ cm et $\widehat{A'B'C'} = 48^\circ$.
7. Les images $(A'B')$ et (d') sont parallèles, car la symétrie centrale conserve le parallélisme.

Exercice 28 **[+] Consolidation : Mock exam – seconde version**

Connaître

Représenter

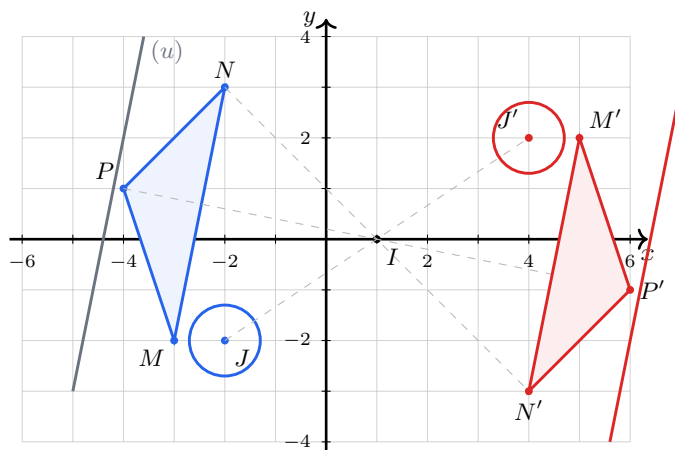
Raisonnement

Cet exercice reprend exactement les mêmes compétences que le bilan avec d'autres données.

On considère la symétrie centrale de centre I et, dans le repère gradué ci-dessous, les points M , M' , N , P et J , le triangle MNP , le cercle $\mathcal{D}$ de centre J ainsi que la droite (u) .

Le point M' est l'image du point M par la symétrie centrale de centre I .

1. Dire si un parallélogramme, un triangle isocèle et un disque possèdent un centre de symétrie. Justifier brièvement.
2. Lire les coordonnées des points M , M' , N et P .
3. Construire les points N' et P' , images respectives des points N et P par la symétrie centrale de centre I , puis donner leurs coordonnées.
4. Tracer le triangle $M'N'P'$, image du triangle MNP par la symétrie centrale de centre I .
5. Construire le cercle $\mathcal{D}'$, image du cercle $\mathcal{D}$ par la symétrie centrale de centre I , en laissant apparents les traits de construction.
6. On sait que $MN = 7$ cm et $\widehat{MNP} = 55^\circ$. Donner $M'N'$ et $\widehat{M'N'P'}$, puis citer les propriétés de la symétrie centrale utilisées.
7. Les droites (MN) et (u) sont parallèles. Les droites $(M'N')$ et (u') sont leurs images respectives par la symétrie centrale de centre I . Que peut-on affirmer sur les droites $(M'N')$ et (u') ? Justifier.



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. Le parallélogramme et le disque ont un centre de symétrie ; un triangle isocèle non aplati n'en a pas.
2. $M(-3; -2)$, $M'(5; 2)$, $N(-2; 3)$ et $P(-4; 1)$.
3. Pour la symétrie centrale de centre I , on construit N' et P' de sorte que I soit respectivement le milieu de $[NN']$ et de $[PP']$. On obtient $N'(4; -3)$ et $P'(6; -1)$.
4. On relie M' , N' et P' dans le même ordre : le triangle obtenu est l'image de MNP par la symétrie centrale de centre I .
5. On construit J' , image de J par la symétrie centrale de centre I , puis on trace le cercle de centre J' et de même rayon que $\mathcal{D}$.
6. $M'N' = 7$ cm et $\widehat{M'N'P'} = 55^\circ$, par conservation des longueurs et des angles.
7. Les images $(M'N')$ et (u') sont parallèles, par conservation du parallélisme.

Exercice 29 **[*] Approfondissement : Mock exam – raisonnement**

Raisonnement

Communiquer

Cette version demande davantage d'initiative et des justifications plus complètes.

1. Une figure possède deux axes de symétrie perpendiculaires. Peut-on affirmer qu'elle possède un centre de symétrie ? Expliquer.
2. Les points A' et B' sont les images de A et B par une même symétrie centrale. Décrire une construction du centre sans connaître ses coordonnées.
3. Le point C est situé deux carreaux à droite et quatre carreaux au-dessous du centre O . Décrire la position de C' .
4. Le quadrilatère $ABCD$ a pour image $A'B'C'D'$. On sait que $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm et $\widehat{ABC} = 110^\circ$. Donner $A'B'$, $B'C'$ et $\widehat{A'B'C'}$ en justifiant.
5. Expliquer comment construire l'image d'un cercle lorsque son centre est confondu avec le centre de la symétrie.
6. Vrai ou faux : si deux segments ont la même longueur, ils sont nécessairement images l'un de l'autre par une symétrie centrale. Justifier.

Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

1. Oui : le point d'intersection des deux axes est un centre de symétrie ; deux symétries axiales d'axes perpendiculaires composent un demi-tour autour de ce point.
2. On trace $[AA']$ et $[BB']$, puis on construit leur milieu commun. Ce point est le centre de la symétrie.
3. C' est situé deux carreaux à gauche et quatre carreaux au-dessus de O .
4. Par conservation des longueurs et des angles, $A'B' = 5$ cm, $B'C' = 3$ cm et $\widehat{A'B'C'} = 110^\circ$.
5. Le centre du cercle reste fixe et le rayon est conservé : le cercle a donc pour image lui-même.
6. Faux. L'égalité des longueurs ne suffit pas : les extrémités correspondantes doivent aussi avoir un même milieu, qui serait le centre de la symétrie.

Thème VI

Now we can talk

Exercice 30 ★★ Compléter un triangle image

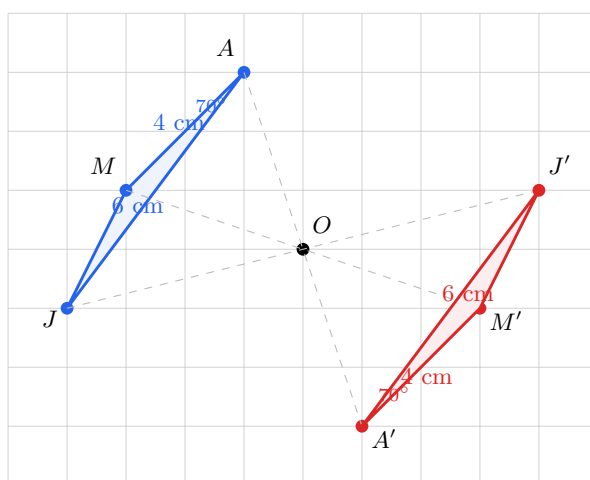
Représenter

Raisonner

Communiquer

Les points M' et A' sont les images respectives des points M et A par la symétrie centrale de centre O . On sait que $MA = 4$ cm, $AJ = 6$ cm et que l'angle $\widehat{MAJ}$ mesure 70° .

1. Construire le point J' , image de J par cette symétrie centrale.
2. Tracer le triangle $M'A'J'$.
3. Donner les longueurs $M'A'$ et $A'J'$.
4. Donner la mesure de l'angle $\widehat{M'A'J'}$.
5. Justifier les réponses avec une propriété du cours.



Corrigé ci-dessous



Corrigé

On construit J' de sorte que O soit le milieu du segment $[JJ']$.
La symétrie centrale conserve les longueurs et les mesures d'angles. Donc :

$$M'A' = MA = 4 \text{ cm},$$

$$A'J' = AJ = 6 \text{ cm},$$

$$\widehat{M'A'J'} = \widehat{MAJ} = 70^\circ.$$

Exercice 31 ★ Construction longue : figure codée

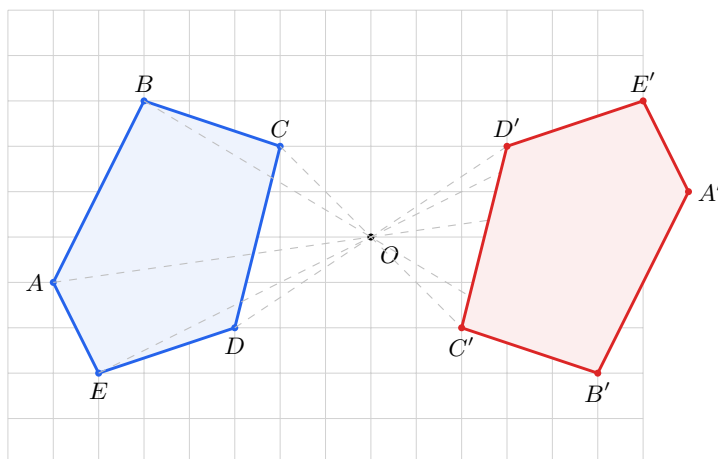
Représenter

Raisonner

Communiquer

On veut construire l'image complète d'une figure par la symétrie de centre O .

1. Construire les images des points A , B , C , D et E .
2. Relier les points images dans le bon ordre.
3. Expliquer pourquoi le segment image de $[AB]$ a la même longueur que $[AB]$.



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

On construit chaque point image en faisant de O le milieu du segment qui relie le point et son image. On obtient alors le polygone $A'B'C'D'E'$. La longueur $A'B'$ est égale à AB car la symétrie centrale conserve les longueurs.

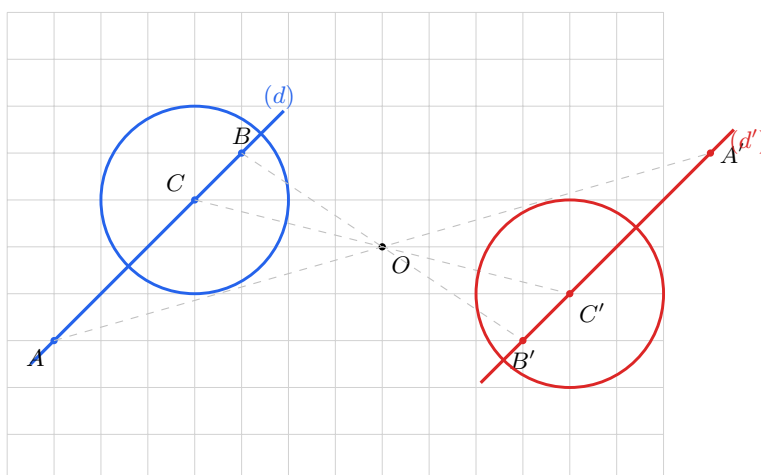
Exercice 32 ★★ **Construction par étapes imposées**

Représenter

Raisonner

Construire l'image de la figure suivante par la symétrie centrale de centre O . Les étapes sont imposées.

1. Choisir deux points sur la droite (d) et construire leurs images.
2. Construire l'image du centre C du cercle.
3. Tracer la droite image et le cercle image.
4. Placer les images des points d'intersection lorsque c'est possible.



Corrigé ci-dessous

**Corrigé**

On construit l'image de la droite en utilisant deux points, puis l'image du cercle en construisant l'image de son centre. Les intersections sont transformées en intersections de la droite image et du cercle image.

Exercice 33 ★ Défi : retrouver le centre

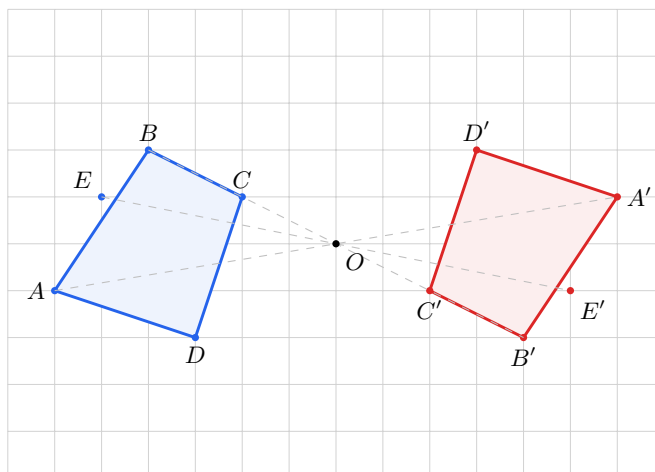
Raisonner

Représenter

Communiquer

Les deux figures ci-dessous sont images l'une de l'autre par une symétrie centrale.

1. Retrouver le centre de la symétrie.
2. Justifier la méthode utilisée.
3. Compléter l'image du point E .



Corrigé ci-dessous



Corrigé

Le centre est le milieu de $[AA']$ et aussi celui de $[BB']$: on trouve $O(0;0)$. On construit ensuite E' de sorte que O soit le milieu de $[EE']$, donc $E'(5; -1)$.

Exercice 34

★★★ Symétrie centrale et calcul littéral

Calculer

Raisonner

Communiquer

Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une symétrie centrale.

On sait que :

$$AB = 2x + 3, \quad AC = 4x - 1, \quad BC = x + 7.$$

1. Compléter les égalités suivantes :

$$A'B' = \dots\dots\dots, \quad A'C' = \dots\dots\dots, \quad B'C' = \dots\dots\dots$$

2. On donne maintenant $x = 4$. Calculer les longueurs $A'B'$, $A'C'$ et $B'C'$.
3. On sait que le périmètre du triangle ABC est égal à 44 cm. Écrire une égalité avec x , puis déterminer la valeur de x .
4. En déduire le périmètre du triangle $A'B'C'$.

Corrigé ci-dessous



Corrigé

Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une symétrie centrale.

Or une symétrie centrale conserve les longueurs. Donc :

$$A'B' = AB = 2x + 3,$$

$$A'C' = AC = 4x - 1,$$

et

$$B'C' = BC = x + 7.$$

1. On complète :

$$A'B' = 2x + 3, \quad A'C' = 4x - 1, \quad B'C' = x + 7.$$

2. Pour $x = 4$:

$$A'B' = 2 \times 4 + 3 = 8 + 3 = 11,$$

$$A'C' = 4 \times 4 - 1 = 16 - 1 = 15,$$

$$B'C' = 4 + 7 = 11.$$

Donc $A'B' = 11$ cm, $A'C' = 15$ cm et $B'C' = 11$ cm.

3. Le périmètre du triangle ABC est :

$$AB + AC + BC = (2x + 3) + (4x - 1) + (x + 7).$$

Comme ce périmètre vaut 44 cm, on obtient :

$$(2x + 3) + (4x - 1) + (x + 7) = 44.$$

On réduit :

$$7x + 9 = 44.$$

Donc :

$$7x = 35,$$

puis :

$$x = 5.$$

4. Une symétrie centrale conserve les longueurs, donc elle conserve aussi le périmètre.
Le périmètre du triangle $A'B'C'$ est donc égal à 44 cm.

↩ Fin du TD ↪