

TD – EXERCICES

TD 5

Probabilités et loi binomiale

Version élève

Sommaire du TD

I	Probabilités conditionnelles, arbres et indépendance	2
II	Schéma de Bernoulli, coefficients binomiaux et loi binomiale	7
III	Calculatrice : probabilités ponctuelles, cumulées et intervalles	11
IV	Espérance, variance, écart-type et problèmes de seuil	14
V	Exercices du baccalauréat	17
VI	Now We Can Talk – Pour aller plus loin	25

Objectifs

- Réactiver les probabilités conditionnelles, les arbres pondérés, les probabilités totales et l'indépendance.
- Reconnaître un schéma de Bernoulli et justifier rigoureusement qu'une variable suit une loi binomiale.
- Utiliser les coefficients binomiaux et la formule $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Calculer et interpréter des probabilités ponctuelles, cumulées et sur un intervalle avec la calculatrice.
- Utiliser $E(X) = np$, $V(X) = np(1 - p)$ et $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$.
- Résoudre des problèmes de seuil et des exercices récents du baccalauréat.

Thème I

Probabilités conditionnelles, arbres et indépendance

Exercice 1 Permis de conduire et probabilités conditionnelles

Pour préparer l'examen du permis de conduire, on distingue deux types de formation : la formation avec *conduite accompagnée* et la formation *traditionnelle*.

On considère un groupe de 300 personnes venant de réussir l'examen du permis de conduire. Dans ce groupe :

- 75 personnes ont suivi une formation avec *conduite accompagnée* ; parmi elles, 50 ont réussi l'examen à leur première présentation et les autres ont réussi à leur deuxième présentation ;
- 225 personnes ont suivi une formation *traditionnelle* ; parmi elles, 100 ont réussi l'examen à la première présentation, 75 à la deuxième et 50 à la troisième présentation.

On interroge au hasard une personne du groupe considéré.

On considère les événements suivants :

A : « la personne a suivi une formation avec conduite accompagnée » ;

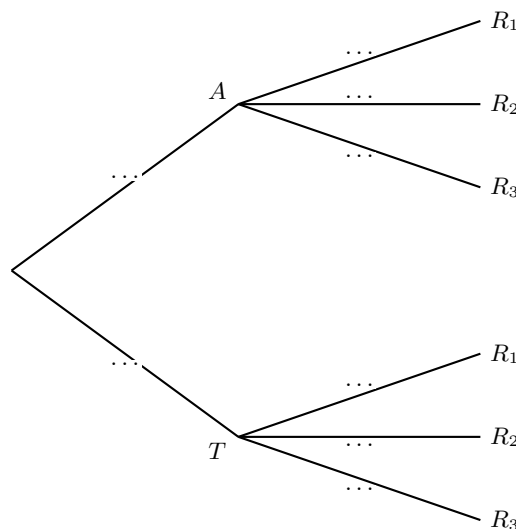
T : « la personne a suivi une formation traditionnelle » ;

R_1 : « la personne a réussi l'examen à la première présentation » ;

R_2 : « la personne a réussi l'examen à la deuxième présentation » ;

R_3 : « la personne a réussi l'examen à la troisième présentation ».

1. Calculer $P(A)$ et $P(T)$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré correspondant à la situation.



3. Calculer les probabilités suivantes :

$$P(A \cap R_1), \quad P(A \cap R_2), \quad P(A \cap R_3), \quad P(T \cap R_1), \quad P(T \cap R_2), \quad P(T \cap R_3).$$

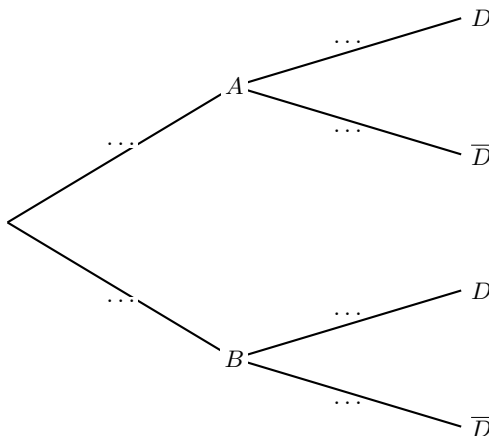
4. En déduire $P(R_1)$, $P(R_2)$ et $P(R_3)$.
5. La personne interrogée a réussi l'examen à la première présentation. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation avec conduite accompagnée ?
6. La personne interrogée a réussi l'examen à la deuxième présentation. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation avec conduite accompagnée ?
7. La personne interrogée a réussi l'examen à la troisième présentation. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation traditionnelle ?
8. La personne interrogée n'a pas réussi l'examen à sa première présentation. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation traditionnelle ?

Exercice 2 Bilan Contrôle qualité dans deux ateliers

Une entreprise fabrique une pièce dans deux ateliers A et B . On sait que 60 % des pièces proviennent de l'atelier A et que les autres proviennent de l'atelier B . Parmi les pièces fabriquées dans l'atelier A , 4 % sont défectueuses ; parmi celles fabriquées dans l'atelier B , 9 % sont défectueuses.

On choisit une pièce au hasard. On note D l'événement : « la pièce est défectueuse ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré représentant la situation.



2. Calculer $P(A \cap D)$.
3. Montrer que $P(D) = 0,06$.
4. Une pièce choisie est défectueuse. Calculer la probabilité qu'elle provienne de l'atelier B .
5. Les événements B et D sont-ils indépendants ? Justifier.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 3,
page 5.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 4, page 6.

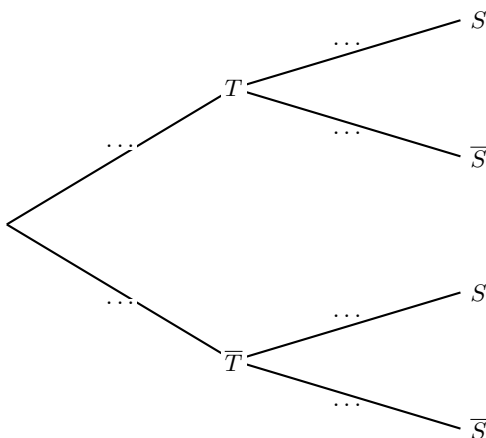
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 3 Consolidation Une enquête de satisfaction

Dans une entreprise, 35 % des salariés travaillent à distance au moins deux jours par semaine. Parmi eux, 72 % se déclarent satisfaits de leur organisation. Parmi les autres salariés, 54 % se déclarent satisfaits.

On note T l'événement : « le salarié travaille à distance au moins deux jours par semaine » et S : « le salarié est satisfait ».

1. Compléter l'arbre pondéré de la situation.



2. Calculer $P(T \cap S)$ puis $P(S)$.
3. Calculer $P_S(T)$ et interpréter le résultat.

Exercice 4 [*] Approfondissement Retrouver une probabilité inconnue

On considère deux événements A et B tels que

$$P(A) = 0,40, \quad P_A(B) = 0,30,$$

et on sait que

$$P(B) = 0,42.$$

On pose

$$x = P_{\overline{A}}(B).$$

1. Exprimer $P(B)$ en fonction de x à l'aide de la formule des probabilités totales.
2. Déterminer x .
3. Les événements A et B sont-ils indépendants?

Thème II

Schéma de Bernoulli, coefficients binomiaux et loi binomiale



Point Bac – Justifier une loi binomiale

La justification doit tenir en une phrase en faisant apparaître les trois idées essentielles :

On a une répétition de $n = \dots$ épreuves de Bernoulli, identiques (le succès « ... » a toujours pour probabilité $p = \dots$) et indépendantes (justification donnée par l'énoncé).

On conclut ensuite en français :

« Ainsi, X suit une loi binomiale de paramètres $n = \dots$ et $p = \dots$ »

puis avec la notation symbolique :

$$X \sim \mathcal{B}(n ; p).$$

Lors d'un prélèvement dans une population ou un stock très important, si l'énoncé précise que le prélèvement peut être **assimilé à un tirage avec remise**, il faut le mentionner explicitement pour justifier le modèle d'épreuves indépendantes.

Exercice 5 **[!] Bilan** Loi $\mathcal{B}(5 ; 0,1)$ et livres primés

Soit une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,1$.

- Montrer en détaillant les calculs que $P(X = 2) = 0,0729$.
- À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau donnant la loi de probabilité de X .

k	0	1	2	3	4	5	Total
$P(X = k)$	...	...	0,0729	...	...	...	1

- En déduire $P(X \geq 3)$, $P(X < 2)$ et $P(X \geq 1)$.
- Calculer $P(2 \leq X \leq 4)$.
- Calculer l'espérance mathématique de X .
- Dans une librairie, 10 % des livres sont primés. Un client achète cinq livres et on suppose les choix indépendants. On note Y le nombre de livres primés achetés.
- a. Justifier que $Y \sim \mathcal{B}(5 ; 0,1)$.



Point Bac – Rédaction type à compléter

On a une répétition de $n = \dots$ épreuves de Bernoulli, identiques (le succès « le livre est primé » a toujours pour probabilité $p = \dots$) et indépendantes (l'énoncé précise que les choix sont indépendants).

Ainsi, Y suit une loi binomiale de paramètres $n = \dots$ et $p = \dots$.

$$Y \sim \mathcal{B}(\dots ; \dots).$$

- b. Calculer la probabilité qu'exactly trois livres soient primés.
- c. Calculer la probabilité qu'au moins un livre soit primé.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 6, page 9.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 7, page 10.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Soit $X \sim \mathcal{B}(6 ; 0,2)$.

1. Calculer exactement $P(X = 2)$.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer $P(X \geq 4)$, $P(X < 2)$ et $P(X \geq 1)$.
3. Calculer $P(2 \leq X \leq 5)$ puis $E(X)$.

Exercice 7 [*] Approfondissement Huit tirs au but

Un joueur réussit un tir au but avec une probabilité de 0,65. On suppose les tirs indépendants et effectués dans les mêmes conditions. Il effectue huit tirs. On note X le nombre de tirs réussis.

1. Justifier que $X \sim \mathcal{B}(8 ; 0,65)$.
2. Calculer $P(X = 6)$ en faisant apparaître le coefficient binomial.
3. Calculer $P(X \geq 6)$ puis $P(2 \leq X \leq 6)$.
4. Calculer et interpréter $E(X)$.

Thème III

Calculatrice : probabilités ponctuelles, cumulées et intervalles



Calculatrice – loi binomiale

On commence toujours par identifier la loi $X \sim \mathcal{B}(n ; p)$ et traduire l'événement demandé.

Calcul	NumWorks	TI-83 Premium CE	Xcas
$P(X = k)$	Probabilités → Binomiale → renseigner n, p → choisir $X = k$	2nde → VARS → DISTR → binomFdp(n, p, k)	binomial(n, k, p)
$P(X \leq k)$	Probabilités → Binomiale → choisir $X \leq k$	2nde → VARS → DISTR → binomFRép(n, p, k)	binomial_cdf(n, p, k)
$P(X \geq k)$	choisir directement $X \geq k$	$1 - \text{binomFRép}(n, p, k-1)$	$1 - \text{binomial_cdf}(n, p, k-1)$
$P(a \leq X \leq b)$	choisir directement $a \leq X \leq b$	$\text{binomFRép}(n, p, b) - \text{binomFRép}(n, p, a-1)$	$\text{binomial_cdf}(n, p, a, b)$

Exercice 8 [!] Bilan Loi $\mathcal{B}(50 ; 0,3)$ et contrôle qualité

La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,3$.

- Déterminer, à 10^{-4} près, $P(X = 25)$, $P(X \leq 22)$ et $P(X > 14)$.
- Déterminer, à 10^{-4} près, $P(10 \leq X \leq 20)$.
- Déterminer, à 10^{-4} près, $P(10 < X \leq 20)$.
- Calculer l'espérance mathématique de X .
- Dans une usine, 30 % des pièces produites sont défectueuses. On prélève au hasard 50 pièces dans un stock suffisamment important pour assimiler le prélèvement à un tirage avec remise. On note Y le nombre de pièces défectueuses.
- a. Justifier que $Y \sim \mathcal{B}(50 ; 0,3)$.



Point Bac – Rédaction type à compléter

On a une répétition de $n = \dots\dots\dots$ épreuves de Bernoulli, identiques (le succès « la pièce est défectueuse » a toujours pour probabilité $p = \dots\dots\dots$) et indépendantes (le stock est suffisamment important pour assimiler le prélèvement à un tirage avec remise).

Ainsi, Y suit une loi binomiale de paramètres $n = \dots\dots\dots$ et $p = \dots\dots\dots$.

$$Y \sim \mathcal{B}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots).$$

- b. Calculer la probabilité qu'exactly 25 pièces soient défectueuses.
- c. Calculer la probabilité qu'au moins 15 pièces soient défectueuses.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 9, page 12.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 10, page 13.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 9 **[+]** Consolidation S'entraîner avec $\mathcal{B}(40 ; 0,15)$

Soit $X \sim \mathcal{B}(40 ; 0,15)$.

1. Déterminer, à 10^{-4} près, $P(X = 5)$, $P(X \leq 7)$ et $P(X > 4)$.
2. Déterminer, à 10^{-4} près, $P(3 \leq X \leq 8)$ puis $P(3 < X \leq 8)$.
3. Calculer $E(X)$.

Exercice 10 [*] Approfondissement Trouver un seuil à la calculatrice

Dans un lot de composants électroniques, la probabilité qu'un composant soit défectueux est 0,08. On prélève indépendamment 60 composants et on note X le nombre de composants défectueux.

1. Justifier que $X \sim \mathcal{B}(60 ; 0,08)$.
2. Calculer $P(X = 4)$, $P(X \leq 6)$ et $P(X \geq 8)$ à 10^{-4} près.
3. Déterminer le plus petit entier m tel que $P(X \leq m) \geq 0,95$.

Thème IV

Espérance, variance, écart-type et problèmes de seuil

Exercice 11 [!] Bilan Un service après-vente

Un service après-vente estime que, pour un appareil vendu, la probabilité d'un retour sous garantie est 0,12. On considère 80 appareils vendus, les retours étant modélisés comme indépendants. On note X le nombre d'appareils retournés sous garantie.

1. Justifier que $X \sim \mathcal{B}(80 ; 0,12)$.
2. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.
3. Interpréter l'espérance dans le contexte.
4. Calculer $P(7 \leq X \leq 13)$ à 10^{-3} près.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 12, page 15.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 13, page 16.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 12 [+] Consolidation Défauts sur une chaîne de production

Une chaîne produit des objets dont 4 % présentent un défaut. On observe 150 objets, de manière indépendante, et on note X le nombre d'objets défectueux.

1. Donner la loi de X .
2. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.
3. Calculer $P(3 \leq X \leq 9)$ à 10^{-3} près.

Exercice 13 [*] Approfondissement Retrouver le paramètre puis un seuil

On sait qu'une variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(25 ; p)$ et que

$$E(X) = 3.$$

1. Déterminer p .
2. En déduire $V(X)$ et $\sigma(X)$.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un succès parmi 25 épreuves.
4. On répète maintenant l'épreuve un nombre n de fois. Déterminer le plus petit entier n tel que la probabilité d'obtenir au moins un succès soit supérieure ou égale à 0,995.

Thème V

Exercices du baccalauréat

Exercice 14 [BAC] D'après Bac 2026 Asie – Probabilités conditionnelles et suites

Source bac : D'après Bac 2026 Asie – Sujet 1, 9 juin 2026 – exercice 1.

Un tireur à l'arc s'entraîne sur une cible dans le but d'atteindre son centre.

On modélise la situation de la façon suivante :

- au premier tir, il atteint le centre de la cible avec une probabilité de $\frac{1}{2}$;
- pour les tirs suivants :
 - lorsqu'il a atteint le centre au tir précédent, la probabilité qu'il atteigne à nouveau le centre est $\frac{4}{5}$;
 - lorsqu'il n'a pas atteint le centre au tir précédent, la probabilité qu'il atteigne le centre est $\frac{1}{3}$.

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on considère l'événement

T_n : « le tireur atteint le centre de la cible au n -ième tir ».

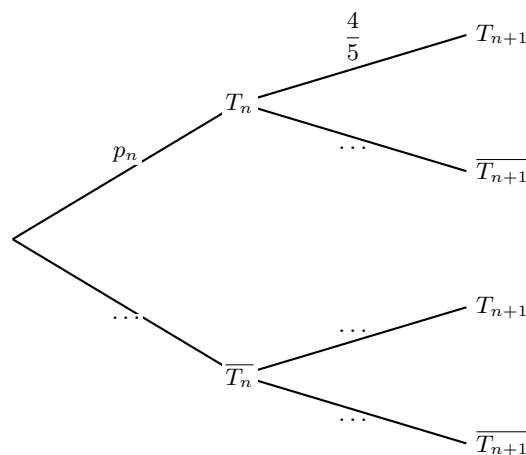
On note

$$p_n = P(T_n).$$

1. Donner la valeur de p_1 puis montrer que

$$p_2 = \frac{17}{30}.$$

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant.



3. Montrer que, pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$p_{n+1} = \frac{7}{15}p_n + \frac{1}{3}.$$

4. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel $n \geq 1$, par

$$u_n = p_n - \frac{5}{8}.$$

4. a. Montrer que la suite (u_n) est géométrique et préciser sa raison.
 4. b. Déterminer une expression de u_n en fonction de n .
 4. c. En déduire une expression de p_n en fonction de n .
 5. Déterminer la limite de la suite (p_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
 6. On souhaite déterminer le plus petit entier n tel que

$$p_n \geq 0,6.$$

Compléter la fonction suivante, puis donner la valeur renvoyée par `seuil()`.

```
def seuil():  
    n = 1  
    p = 0.5  
    while p < 0.6:  
        n = .....  
        p = .....  
    return .....
```

Exercice 15 [BAC] D'après Bac 2013 Enquête sur les rythmes scolaires

Source bac : D'après Bac Pondichéry 2013.

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.

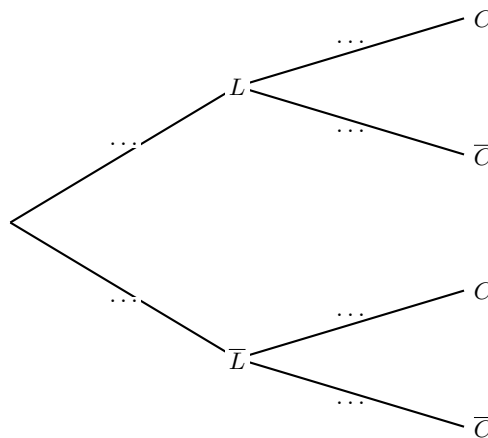
L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et, parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard. On note :

- L : « l'élève est favorable à une pause plus longue le midi » ;
- C : « l'élève souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire ».

1. Compléter l'arbre pondéré décrivant la situation.



2. Calculer $P(L \cap C)$.

3. Montrer que $P(C) = 0,5675$.

4. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. On note X le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

4. a. Préciser les paramètres de la loi binomiale suivie par X .

4. b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves ne soit favorable. Arrondir à 10^{-4} .

4. c. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables.

Exercice 16 [BAC] D'après Bac 2019 Audience d'une émission : retrouver une probabilité inconnue

Source bac : D'après Bac S Antilles-Guyane 2019 – exercice 4, partie A.

Lors d'une soirée, une chaîne de télévision diffuse d'abord un match, puis une émission consacrée à l'analyse de ce match. On sait que :

- 56 % des téléspectateurs ont regardé le match ;
- parmi les téléspectateurs ayant regardé le match, 25 % ont également regardé l'émission ;
- 16,2 % des téléspectateurs ont regardé l'émission.

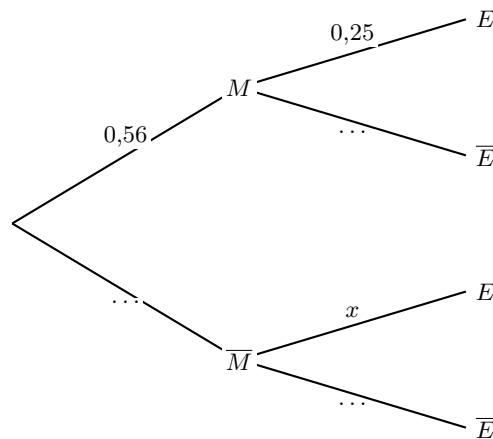
On choisit au hasard un téléspectateur et on note :

- M : « le téléspectateur a regardé le match » ;
- E : « le téléspectateur a regardé l'émission ».

On pose

$$x = P_{\overline{M}}(E).$$

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. Calculer $P(M \cap E)$.
3. **3. a.** En utilisant la formule des probabilités totales, exprimer $P(E)$ en fonction de x .
3. **3. b.** Sachant que $P(E) = 0,162$, déterminer $x = P_{\overline{M}}(E)$.
4. Un téléspectateur choisi au hasard n'a pas regardé l'émission. Calculer $P_{\overline{E}}(M)$, à 10^{-3} près.

Exercice 17 [BAC] D'après Bac 2026 Amérique du Nord – option hors-ligne

Source bac : D'après Bac 2026 Amérique du Nord – Sujet 1, 20 mai 2026 – exercice 1, partie B.

Une plateforme de diffusion musicale a établi que la probabilité qu'un abonné ait activé l'option « écoute hors-ligne » est 0,4125.

On choisit huit abonnés au hasard et de manière indépendante. On considère qu'il y a suffisamment d'abonnés pour assimiler ce choix à un tirage avec remise. On note X le nombre d'abonnés ayant activé cette option.

1. On admet que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'aucun de ces huit abonnés n'ait activé l'option. Arrondir au millième.
3. Pour tout entier naturel non nul n , on choisit maintenant n abonnés de manière indépendante. On note q_n la probabilité qu'au moins un abonné ait activé l'option.
 3. a. Démontrer que

$$q_n = 1 - 0,5875^n.$$

- 3. b.** Déterminer la plus petite valeur de n telle que $q_n \geq 0,999$.

Exercice 18 [BAC] D'après Bac 2026 Asie – lancers-francs au basketball

Source bac : D'après Bac 2026 Asie – Sujet 2, 10 juin 2026 – exercice 2.

On pourra traiter indépendamment les deux parties de l'exercice. On arrondira, si nécessaire, les résultats à 10^{-3} près. Dans cet exercice, on s'intéresse aux lancers-francs effectués par un joueur lors de compétitions de basketball. On considère que les conditions des lancers sont identiques et que les lancers sont indépendants deux à deux.

Partie A

Les statistiques de réussite du joueur sont de 49,2 %. Au cours d'un match, il tente 16 lancers-francs. On note X le nombre de lancers-francs réussis.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
2. Déterminer $E(X)$ et l'interpréter.
3. Calculer $P(X = 5)$.
4. Calculer la probabilité que le joueur réussisse au moins six lancers-francs.

Partie B

On note p la probabilité que le joueur réussisse un lancer-franc, avec $p \in [0 ; 1]$. Il effectue maintenant trois lancers-francs. On note Y le nombre de lancers réussis.

1. Déterminer les valeurs prises par Y .
2. Exprimer $P(Y = 2)$ en fonction de p .
3. Donner la loi de probabilité de Y sous forme de tableau.
4. Montrer que

$$P(Y \geq 2) = -2p^3 + 3p^2.$$

- 5.** On considère la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2.$$

5. a. Étudier le sens de variation de f sur $[0 ; 1]$.
5. b. En déduire l'existence d'une unique valeur $\alpha \in [0 ; 1]$ telle que $f(\alpha) = 0,9$.
5. c. Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α .
5. d. Interpréter α dans le contexte.

Exercice 19 [BAC] D'après Bac 2026 Centres étrangers – contrôle de lames d'es-crime

Source bac : D'après Bac 2026 Centres étrangers – Sujet 1, exercice 1.

La fédération internationale d'escrime établit des normes de fabrication sur les lames des armes des tireurs afin de garantir au maximum leur sécurité.

Pour tester la conformité de l'acier employé, la lame est pliée puis redressée toutes les secondes jusqu'à la rupture. La lame est conforme si la rupture intervient après plus de cinq heures de test.

Un équipementier d'escrime se fournit auprès de trois fabricants de lames. Son stock est composé de 60 % de lames du fournisseur A, de 12 % de lames du fournisseur B, le reste venant du fournisseur C.

Une étude qualité a montré que :

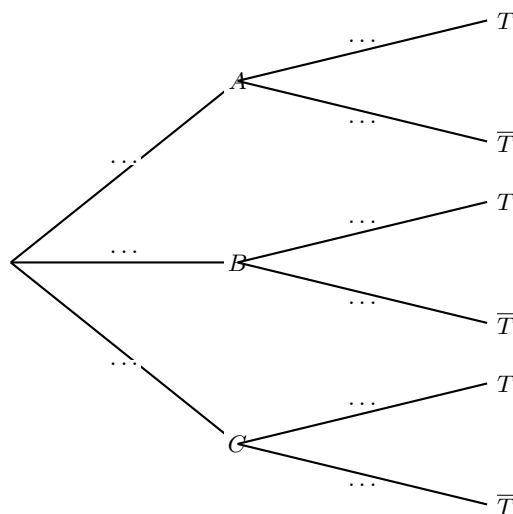
- 90 % des lames du fournisseur A sont conformes ;
- 95 % des lames du fournisseur B sont conformes ;
- 85 % des lames du fournisseur C sont conformes.

Partie A

On considère les événements :

- A : « la lame testée provient du fournisseur A » ;
- B : « la lame testée provient du fournisseur B » ;
- C : « la lame testée provient du fournisseur C » ;
- T : « la lame testée est conforme ».

1. Compléter l'arbre pondéré représentant la situation.



- Déterminer $P(A \cap \bar{T})$ et interpréter le résultat.
- Démontrer que la probabilité que la lame testée soit conforme vaut 0,892.
- Sachant que la lame testée n'est pas conforme, déterminer la probabilité qu'elle provienne du fournisseur B. Arrondir au millièème.

Partie B

D'après la partie A, la probabilité qu'une lame de l'équipementier ne soit pas conforme vaut 0,108.

Lors d'une compétition, l'équipementier apporte un échantillon de 75 lames choisies au hasard et de manière indépendante. Le stock est suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

On note X le nombre de lames non conformes dans cet échantillon.

- Préciser les paramètres de la loi binomiale suivie par X .
- Calculer la probabilité que exactement 6 lames soient non conformes. Arrondir au millièème.
- L'équipementier affirme que la probabilité qu'il y ait strictement plus de 8 lames non conformes est inférieure à 50 %. A-t-il raison ?

Exercice 20 [BAC] D'après Bac 2025 Asie – test de dépistage et loi binomiale

Source bac : D'après Bac 2025 Asie – Sujet 2, exercice 1.

Toutes les probabilités, sauf indication contraire, seront arrondies à 10^{-3} .

Un test a été mis au point pour le dépistage du virus du chikungunya. Le laboratoire fournit les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu'un individu atteint par le virus ait un test positif est 0,999 ;
- la probabilité qu'un individu non atteint par le virus ait un test positif est 0,005.

On note :

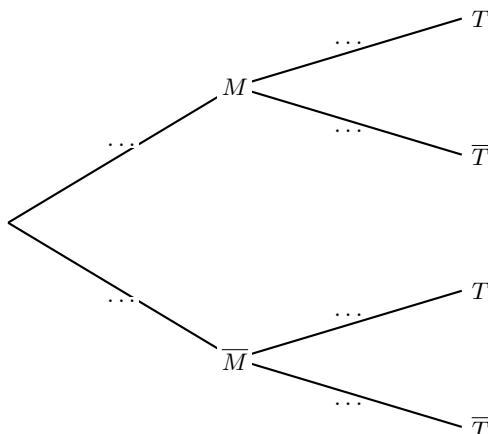
- M : « l'individu choisi est atteint du chikungunya » ;
- T : « le test de l'individu choisi est positif ».

On considère que le test est fiable lorsque la probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus est supérieure à 0,95.

Partie A

Fin 2005, on admet que 270 000 personnes ont été infectées sur une population totale de 750 000 individus sur l'île de La Réunion.

- Donner $P_M(T)$ et $P_{\bar{M}}(T)$.
- Donner la valeur exacte de $P(M)$.
- Compléter l'arbre pondéré représentant la situation.



- Calculer la probabilité qu'un individu soit atteint par le virus et ait un test positif.
- Calculer la probabilité qu'un individu ait un test positif.
- Calculer la probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus.
- Peut-on estimer que ce test est fiable ? Argumenter.

Partie B

Pendant l'épidémie, on admet que la probabilité d'être atteint du chikungunya sur l'île de La Réunion vaut 0,36.

On considère un échantillon de n individus choisis au hasard, en assimilant ce choix à un tirage avec remise. On note X le nombre d'individus infectés dans l'échantillon. On admet que

$$X \sim \mathcal{B}(n ; 0,36).$$

Déterminer à partir de combien d'individus n la probabilité de l'événement « au moins un des n individus est atteint par le virus » est supérieure à 0,99. Expliquer la démarche.

.....

Thème VI

Now We Can Talk – Pour aller plus loin

Exercice 21 ★★ La planche de Galton et le triangle de Pascal

Une bille tombe dans une planche de Galton comportant huit rangées de clous. À chaque clou, elle part vers la droite avec la probabilité $\frac{1}{2}$ et vers la gauche avec la probabilité $\frac{1}{2}$, indépendamment des choix précédents. On note X le nombre de déplacements vers la droite au cours des huit rangées.

1. Justifier que $X \sim \mathcal{B}\left(8; \frac{1}{2}\right)$.
2. Montrer que la probabilité d'arriver dans la case centrale, correspondant à quatre déplacements vers la droite, vaut
$$\frac{70}{256}.$$
3. Calculer la probabilité d'arriver dans l'une des trois cases centrales, c'est-à-dire lorsque $3 \leq X \leq 5$.
4. Expliquer le lien entre les nombres de billes attendues dans les différentes cases et la ligne $n = 8$ du triangle de Pascal.