Math93.com

TD 1 - Seconde
Probabilités

Table des matières

Partie I. Probabilités

Exercice 1. Ex. 94 (c)

On dispose de deux urnes. L'urne n°1 contient deux boules vertes et trois boules rouges. L'urne n°2 contient trois boules vertes et deux boules rouges. On lance une pièce supposée équilibrée : si on obtient « pile », on tire sans remise deux boules dans l'urne n°1 et si on obtient « face », on tire sans remise deux boules dans l'urne n°2.

1. Traduire cette situation par un arbre de dénombrement.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur ?

3. En déduire la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.

Exercice 2. Probabilités et tableau croisé

Dans un lycée, on interroge 120 élèves de seconde sur leur pratique sportive en club.
On obtient les informations suivantes :

- 60 élèves sont des filles ;
- 80 élèves pratiquent un sport en club ;
- parmi les filles, 32 pratiquent un sport en club.

On choisit au hasard un élève parmi les 120 élèves interrogés.
On note :

- F l'événement : « l'élève choisi est une fille » ;
- C l'événement : « l'élève choisi pratique un sport en club ».

1. Compléter le tableau croisé suivant.

	C	$\overline{C}$	Total
F	32		60
$\overline{F}$			
Total	80		120

2. Calculer $P(F)$, $P(C)$ et $P(F \cap C)$.

3. Décrire par une phrase l'événement $\overline{F} \cap C$, puis calculer sa probabilité.

4. Calculer $P_F(C)$. Interpréter le résultat par une phrase.

> **Probabilité de A sachant B**
>
> Soit A et B deux évènements avec B de probabilité non nul.
> La probabilité de A sachant B, notée $P_B(A)$ est donnée par :
>
> $$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

5. Les événements F et C sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 3. Répétition d'expériences

On lance deux fois de suite une pièce supposée équilibrée.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois « pile » ?

2. En déduire la probabilité d'obtenir au moins une fois « face ».

3. Soit n un entier naturel avec $n > 1$.
Si on lance n fois cette même pièce, quelle est la probabilité p_n d'obtenir au moins une fois « face ».

4. Déterminer n tel que $p_n > 0,99$.

5. Compléter la fonction de f de paramètre $seuil$ suivante afin qu'elle renvoie le plus petit entier n tel que $p_n > seuil$.

```
def f(seuil):
    '''
        IN  : seuil , Float
        Out : n , INT
        renvoie le plus petit entier n tel que pn > seuil.
    '''
    n = ....
    while .......................:
        n = ..................
    return .............
```

Exercice 4. Kwyk

Faire le TD Kwyk 12A

Partie II. Compléments : Vu au Bac

Exercice 5. D'après Bac ES Métropole 2013

Une usine de composants électriques dispose de deux unités de production, A et B.
La production journalière de l'usine A est de 600 pièces, celle de l'unité B est de 900 pièces.

On prélève au hasard un composant de la production d'une journée.

La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité A est égale à $0,014$.
La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité B est égale à $0,024$.
On note :

- D l'évènement : « le composant présente un défaut de soudure »
- A l'évènement : « le composant est produit par l'unité A »
- B l'évènement :« le composant est produit par l'unité B »

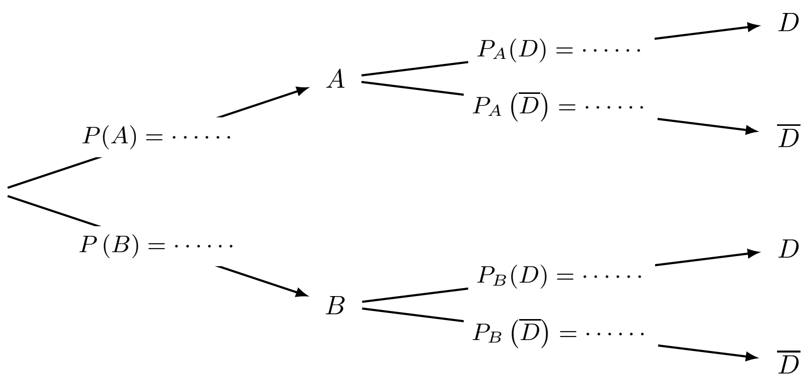
On note $p(D)$ la probabilité de l'évènement D et $P_A(D)$ la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement A est réalisé.

1.

1. a. D'après les données de l'énoncé, préciser $P_A(D)$ et $P_B(D)$.

1. b. Calculer $p(A)$ et $p(B)$.

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. **3. a.** Calculer $p(A \cap D)$ et $p(B \cap D)$.

3. b. En déduire $p(D)$.

Réponses

$p(A) = 0,4$; $p(B) = 0,6$; $p(A \cap D) = 0,0056$ *et* $p(B \cap D) = 0,0144$*;* $p(D) = 0,02$.

Exercice 6. Bac ES 2015 Amérique du Nord

Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.
Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.
De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- S l'évènement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive » ;
- F l'évènement « l'élève choisi est fumeur ».

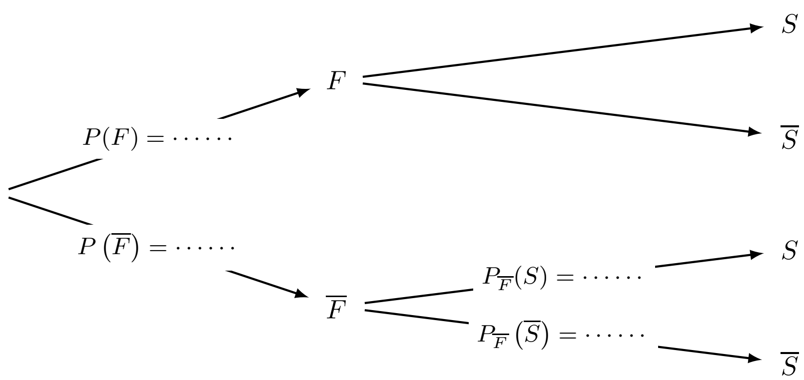
Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.

2. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



3. Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{F} \cap S$ et interpréter le résultat.

Réponses

$p(S) = 0,203$ *et* $p_{\overline{F}}(S) = 0,225$; $p\left(\overline{F} \cap S\right) = 0,18495 \approx 0,185.$

Exercice 7. Bac ES Antilles-Guyane 24 juin 2015

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.
L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.
Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.
On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est $0,59$.

Réponses

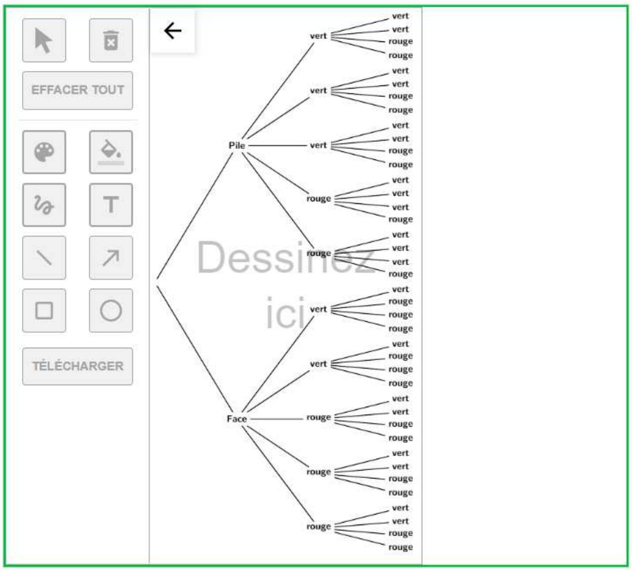
- $p(S \cap T) = 0,56$.

Partie III. Correction

Correction de l'exercice 1 page 2 : ex. 94

On dispose de deux urnes. L'urne n°1 contient deux boules vertes et trois boules rouges. L'urne n°2 contient trois boules vertes et deux boules rouges. On lance une pièce supposée équilibrée : si on obtient « pile », on tire sans remise deux boules dans l'urne n°1 et si on obtient « face », on tire sans remise deux boules dans l'urne n°2.

1. Traduire la situation par un arbre de dénombrement.



2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur ?

Il y a 40 issues équiprobables et 16 d'entre-elles permettent d'obtenir deux boules de même couleur.
Ainsi, la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur est $\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$.

3. En déduire la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.

« Obtenir deux boules de couleurs différentes » est l'événement contraire de « obtenir deux boules de même couleur ».
Ainsi, la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Correction de l'exercice 2 page 3

Dans un lycée, on interroge 120 élèves de seconde sur leur pratique sportive en club.
On obtient les informations suivantes :

- 60 élèves sont des filles ;
- 80 élèves pratiquent un sport en club ;
- parmi les filles, 32 pratiquent un sport en club.

On choisit au hasard un élève parmi les 120 élèves interrogés.
On note :

- F l'événement : « l'élève choisi est une fille » ;
- C l'événement : « l'élève choisi pratique un sport en club ».

1. Compléter le tableau croisé suivant.

	C	$\overline{C}$	Total
F	32		60
$\overline{F}$			
Total	80		120

Corrigé

On complète le tableau à partir des informations données.

- Il y a 60 filles au total et 32 filles pratiquent un sport en club, donc :

$$60 - 32 = 28$$

Ainsi, 28 filles ne pratiquent pas de sport en club.

- Il y a 80 élèves qui pratiquent un sport en club, dont 32 filles, donc :

$$80 - 32 = 48$$

Ainsi, 48 garçons pratiquent un sport en club.

- Il y a 120 élèves au total et 60 filles, donc :

$$120 - 60 = 60$$

Ainsi, il y a 60 garçons.

- Parmi les garçons, 48 pratiquent un sport en club, donc :

$$60 - 48 = 12$$

Ainsi, 12 garçons ne pratiquent pas de sport en club.
Enfin :

$$28 + 12 = 40$$

Donc 40 élèves ne pratiquent pas de sport en club.
On obtient le tableau complété suivant :

	C	$\overline{C}$	Total
F	32	28	60
$\overline{F}$	48	12	60
Total	80	40	120

2. Calculer $P(F)$, $P(C)$ et $P(F \cap C)$.

Corrigé

On choisit un élève au hasard parmi les 120 élèves interrogés. On est donc en situation d'équiprobabilité : chaque élève a la même probabilité d'être choisi.
D'après le tableau complété, il y a 60 filles parmi les 120 élèves, donc :

$$\begin{aligned} P(F) &= \frac{60}{120} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{P(F) = \frac{1}{2}}$$

Il y a 80 élèves qui pratiquent un sport en club parmi les 120 élèves, donc :

$$\begin{aligned} P(C) &= \frac{80}{120} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\boxed{P(C) = \frac{2}{3}}$$

L'événement $F \cap C$ correspond aux élèves qui sont des filles et qui pratiquent un sport en club. Il y en a 32, donc :

$$\begin{aligned} P(F \cap C) &= \frac{32}{120} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

$$\boxed{P(F \cap C) = \frac{4}{15}}$$

3. Décrire par une phrase l'événement $\overline{F} \cap C$, puis calculer sa probabilité.

Corrigé

L'événement $\overline{F}$ signifie : « l'élève choisi n'est pas une fille », c'est-à-dire ici : « l'élève choisi est un garçon ».
Ainsi, l'événement $\overline{F} \cap C$ signifie :

$\boxed{\text{« l'élève choisi est un garçon et pratique un sport en club ».}}$

D'après le tableau, il y a 48 garçons qui pratiquent un sport en club parmi les 120 élèves interrogés.
Donc :

$$\begin{aligned} P(\overline{F} \cap C) &= \frac{48}{120} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\boxed{P(\overline{F} \cap C) = \frac{2}{5}}$$

4. Calculer $P_F(C)$. Interpréter le résultat par une phrase.

Corrigé

On cherche $P_F(C)$, c'est-à-dire la probabilité que l'élève choisi pratique un sport en club sachant que l'élève choisi est une fille.

Dans le tableau, parmi les 60 filles, 32 pratiquent un sport en club.
Donc :

$$\begin{aligned} P_F(C) &= \frac{32}{60} \\ &= \frac{8}{15} \end{aligned}$$

$$\boxed{P_F(C) = \frac{8}{15}}$$

On peut interpréter ce résultat ainsi :

$$\boxed{\text{Parmi les filles, la proportion de celles qui pratiquent un sport en club est } \frac{8}{15}.}$$

5. Les événements F et C sont-ils indépendants ? Justifier.

Corrigé

Pour savoir si les événements F et C sont indépendants, on compare $P(F \cap C)$ et $P(F) \times P(C)$.
On a déjà obtenu :

$$P(F \cap C) = \frac{4}{15}$$

et :

$$\begin{aligned} P(F) \times P(C) &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Or :

$$\frac{4}{15} \neq \frac{1}{3}$$

Donc :

$$P(F \cap C) \neq P(F) \times P(C)$$

Donc les événements F et C ne sont pas indépendants.