Fiches bilan
Seconde

Synthèse des chapitres du cours

MATH 93 .com

Un document pour réviser vite, juste et efficacement.

Définitions essentielles, formules, méthodes, exemples types et pièges classiques.

Mode d'emploi

— Chaque fiche est pensée pour tenir sur une ou deux pages.
— Les encadrés verts contiennent les propriétés à connaître ; les encadrés orange les méthodes à appliquer.
— La dernière fiche propose une synthèse Python : boucles, `range` et listes.

Document généré par ChatGPT à partir des fichiers de cours fournis par M. Duffaud.

Table des matières

Fiche 1

Nombres, fractions et calculs

$\mathbb{Q}, \mathbb{R}$

Objectif. Identifier les ensembles de nombres, manipuler les fractions et organiser un calcul.

Définitions - ensembles de nombres

— $\mathbb{N}$: entiers naturels $0, 1, 2, \dots$

— $\mathbb{Z}$: entiers relatifs $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

— $\mathbb{Q}$: nombres rationnels, c'est-à-dire les quotients $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ et $b \neq 0$.

— $\mathbb{R}$: ensemble des nombres réels.

Propriétés - calculer avec des fractions

Pour $b, d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}, \qquad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad (c \neq 0).$$

Méthodes - rendre une fraction irréductible

1. Décomposer ou repérer un diviseur commun.
2. Diviser le numérateur et le dénominateur par ce même nombre.
3. S'arrêter quand il n'y a plus de diviseur commun autre que 1.

Exemple type - exemple

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}.$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{23}{12}.$$

Pièges - à éviter

— Additionner séparément les numérateurs et les dénominateurs.

— Diviser par une fraction sans inverser la fraction qui suit le symbole $\div$.

— Oublier de simplifier quand c'est demandé.

Fiche 2

Puissances et notation scientifique

a^n

Objectif. Utiliser les règles de calcul sur les puissances et écrire un nombre en notation scientifique.

Définitions - puissances

Pour $n \in \mathbb{N}$:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}, \qquad a^0 = 1 \quad (a \neq 0).$$

Pour $n \in \mathbb{N}$ et $a \neq 0$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Propriétés - règles de calcul

Pour $a, b \neq 0$:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},$$

$$(a^m)^n = a^{mn}, \qquad (ab)^n = a^n b^n, \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Propriétés - notation scientifique

Un nombre positif s'écrit en notation scientifique sous la forme

$$\boxed{a \times 10^n \quad \text{avec} \quad 1 \leq a < 10 \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{Z}.}$$

Exemple type - exemples

$$10^{-3} = 0{,}001, \qquad 3{,}45 \times 10^6 = 3\,450\,000.$$

$$(2^3)^4 = 2^{12}, \qquad \frac{5^7}{5^2} = 5^5.$$

Pièges - à éviter

— Croire que $a^m + a^n = a^{m+n}$: c'est faux.

— Oublier que $10^{-2} = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$.

Fiche 3

Racines carrées

Objectif. Connaître la définition, simplifier des racines et supprimer un radical au dénominateur.

$\sqrt{a}$

Définitions - définition

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré vaut a :

$$\boxed{\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \qquad \text{et} \qquad \sqrt{a} \geq 0.}$$

Propriétés - règles de calcul

Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}.$$

Pour $a \geq 0$ et $b > 0$:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Attention : en général,

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

Méthodes - simplifier une racine

On cherche un carré parfait dans le radicande.

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}.$$

Méthodes - quantité conjuguée

Pour supprimer une racine dans un dénominateur du type $a + b\sqrt{c}$, on multiplie par la **quantité conjuguée** :

$$(a + b\sqrt{c})(a - b\sqrt{c}) = a^2 - b^2c.$$

Exemple type - enlever une racine au dénominateur

$$\begin{aligned} \frac{2}{1-\sqrt{2}} &= \frac{2(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} \\ &= \frac{2(1+\sqrt{2})}{1-2} \\ &= -2(1+\sqrt{2}). \end{aligned}$$

Exemple type - autres exemples

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}, \qquad \sqrt{50} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

Pièges - à éviter

- Écrire $\sqrt{25} = -5$: la racine carrée est positive.
- Écrire $\sqrt{x^2} = x$ pour tout réel x : en réalité $\sqrt{x^2} = |x|$.

Fiche 4

Intervalles et valeur absolue

$|x|$

Objectif. Lire, écrire et représenter des intervalles ; interpréter la valeur absolue comme une distance.

Définitions - intervalles

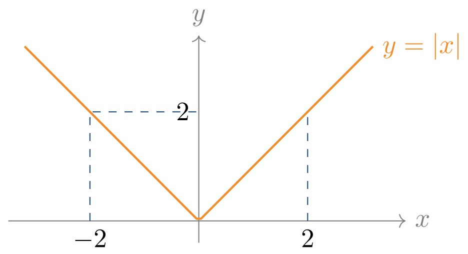
Notation	Signification
$[a;b]$	$a \leq x \leq b$
$]a;b[$	$a < x < b$
$[a;b[$	$a \leq x < b$
$]a;b]$	$a < x \leq b$
$[a;+\infty[$	$x \geq a$
$]-\infty;b]$	$x \leq b$

Définitions - valeur absolue

La valeur absolue de x est la distance de x à 0 sur la droite graduée :

$$\boxed{|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x < 0. \end{cases}}$$

Plus généralement, $|x-a|$ est la distance entre x et a.



Exemple type - équation avec distance

$$|x-3| = 2$$

signifie que la distance entre x et 3 vaut 2. Donc

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = 5.$$

Pièges - à éviter

— Confondre $[a;b]$ et $]a;b[$.

— Oublier que $|x|$ est toujours positif ou nul.

— Penser que $|x| = a$ n'a qu'une solution : si $a > 0$, il y en a deux.

Fiche 5

Expressions algébriques, équations, inéquations et systèmes

$(a+b)^2$

Objectif. Développer, factoriser, résoudre des équations, des inéquations produits et des systèmes par équivalences.

Propriétés - identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

Méthodes - équation produit nul

$$(2x-3)(x+4) = 0$$
$$\iff 2x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 4 = 0$$
$$\iff x = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x = -4.$$

Méthodes - inéquation : méthode

Pour résoudre une inéquation produit ou quotient :

1. on met tout dans un même membre ;
2. on factorise ;
3. on étudie le signe de chaque facteur ;
4. on fait un tableau de signe ;
5. on conclut en respectant strictement le signe demandé.

Exemple type - inéquation avec factorisation

Résoudre : $(2-3x)(4x-5) > (2-3x)^2$.

$$\begin{aligned}
& (2-3x)(4x-5) > (2-3x)^2 \\
\iff & (2-3x)(4x-5) - (2-3x)^2 > 0 \\
\iff & (2-3x)\big[(4x-5) - (2-3x)\big] > 0 \\
\iff & (2-3x)(7x-7) > 0 \\
\iff & (2-3x)(x-1) > 0.
\end{aligned}$$

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$2-3x$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc $S = \left]\frac{2}{3} ; 1\right[$.

Méthodes - système : pivot de Gauss

On résout par équivalences en remplaçant une ligne par une combinaison de lignes.

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x = 9 \end{cases} \qquad (L_2 \leftarrow L_1 + L_2)$$

$$\iff \begin{cases} x = 3 \\ 2 \times 3 + y = 7 \end{cases} \qquad \iff \begin{cases} x = 3 \\ y = 1. \end{cases}$$

Pièges - à éviter

— Oublier le double produit dans $(a+b)^2$.

— Diviser par une expression qui peut être nulle sans précaution.

— Résoudre une inéquation produit sans tableau de signe.

Fiche 6

Fonctions : généralités, lecture graphique et parité

$f(x)$

Objectif. Comprendre la notation $f(x)$, lire images et antécédents, résoudre graphiquement et reconnaître des symétries.

Définitions - fonction

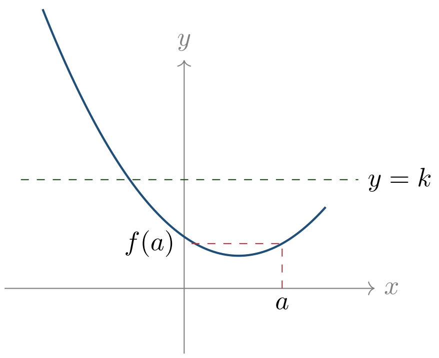
Une fonction f associe à un nombre x de son ensemble de définition un unique nombre $f(x)$.

— x est un antécédent.

— $f(x)$ est l'image de x.

Méthodes - lecture graphique

Pour lire $f(a)$: on part de a sur l'axe des abscisses, on rejoint la courbe, puis on lit l'ordonnée. Pour résoudre $f(x) = k$: on coupe la courbe par la droite horizontale $y = k$.



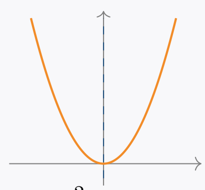
Définitions - parité

L'ensemble de définition doit être symétrique par rapport à 0.

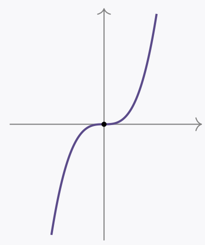
— f est **paire** si, pour tout x, $f(-x) = f(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

— f est **impaire** si, pour tout x, $f(-x) = -f(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'origine.

Exemple type - visualiser les symétries



x^2 paire



x^3 impaire

On peut aussi retenir : $|x|$ est paire, car $|-x| = |x|$.

Définitions - Minorant et Majorant

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

— Un réel m est un **minorant** de f sur I si :

$$\forall x \in I, \qquad m \leq f(x).$$

Cela signifie que toutes les valeurs de $f(x)$ sont supérieures ou égales à m.

— Un réel M est un **majorant** de f sur I si :

$$\forall x \in I, \qquad f(x) \leq M.$$

Cela signifie que toutes les valeurs de $f(x)$ sont inférieures ou égales à M.

Définitions - Minimum et Maximum

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

— Dire que f admet un **minimum** m sur I signifie que :

$$\forall x \in I, \qquad m \leq f(x)$$

et qu'il existe au moins un réel $a \in I$ tel que :

$$f(a) = m.$$

Le minimum est donc un minorant qui est atteint.

— Dire que f admet un **maximum** M sur I signifie que :

$$\forall x \in I, \qquad f(x) \leq M$$

et qu'il existe au moins un réel $b \in I$ tel que :

$$f(b) = M.$$

Le maximum est donc un majorant qui est atteint.

Exemple type - exemple

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = \mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-5)^2 + 3$
Pour tout réel x on a $(x-5)^2 \geq 0$ donc $(x-5)^2 + 3 \geq 3$, de ce fait

$$f(x) \geq 3$$

Donc 3 est un minorant de f sur $\mathbb{R}$;
De plus :

$$f(5) = 3$$

donc 3 est le **minimum** de f sur $\mathbb{R}$ car c'est un minorant qui est atteint. (0 est aussi un minorant de f mais il n'est pas atteint.

Fiche 7

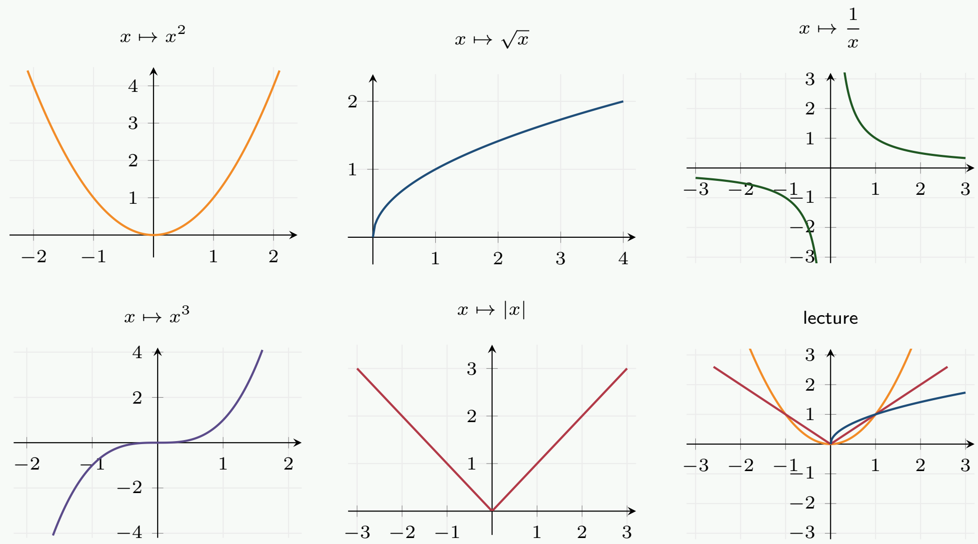
Variations et fonctions de référence

Objectif. Étudier le sens de variation d'une fonction et connaître les courbes et tableaux de variations des fonctions de référence.

Définitions - croissance, décroissance

Sur un intervalle I, une fonction f est :
- croissante si $a < b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$;
- décroissante si $a < b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$.

Propriétés - courbes de référence



Pièges - lecture graphique

La courbe de $x \mapsto \frac{1}{x}$ a deux branches : elle n'est pas définie en 0. La courbe de $x \mapsto \sqrt{x}$ commence en 0 : son domaine est $[0\,;+\infty[$.

Propriétés - tableaux de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

x	0	$+\infty$
$\sqrt{x}$	0 ↗	$+\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	0 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ 0

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3	$-\infty$ ↗	$+\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\|x\|$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

Exemple type - application : variations de $2 - \dfrac{3}{2x+1}$

On considère la fonction f définie sur

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

par :

$$f(x) = 2 - \frac{3}{2x+1}.$$

Étude sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$.

Soient a et b deux réels tels que :

$$a < b < -\frac{1}{2}.$$

Alors :

$$\begin{aligned} a < b < -\frac{1}{2} &\implies 2a < 2b < -1 \\ &\implies 2a+1 < 2b+1 < 0. \end{aligned}$$

La fonction inverse est décroissante sur $]-\infty\,;\,0[$. On obtient donc :

$$\frac{1}{2a+1} > \frac{1}{2b+1}.$$

En multipliant par -3, on change le sens de l'inégalité :

$$-\frac{3}{2a+1} < -\frac{3}{2b+1}.$$

Enfin, en ajoutant 2, on conserve le sens de l'inégalité :

$$2 - \frac{3}{2a+1} < 2 - \frac{3}{2b+1}.$$

Ainsi $f(a) < f(b)$, donc f est croissante sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$.

On admet que, par un raisonnement analogue, f est aussi croissante sur $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	2

Pièges - double barre

La double barre dans le tableau de $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ indique que la fonction n'est pas définie en 0.

Fiche 8

Fonctions affines et droites

$f(x) = mx + p$

Objectif. Reconnaître une fonction affine, déterminer son expression et lire une droite dans un repère.

Définitions - fonction affine et droite

Une fonction affine est de la forme

$$\boxed{f(x) = mx + p}$$

Sa représentation graphique est une droite.

— m est le **coefficient directeur**.

— p est l'**ordonnée à l'origine** : c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées.

Une droite non verticale a une équation $y = mx + p$. Une droite verticale a une équation $x = c$.

Propriétés - calcul du coefficient directeur

Si la droite passe par $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ avec $x_A \neq x_B$, alors

$$\boxed{m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

Graphiquement, on lit aussi :

$$m = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}.$$

Méthodes - déterminer une fonction affine avec deux points

1. Calculer $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
2. Écrire $f(x) = mx + p$.
3. Utiliser un point, par exemple A, avec $y_A = mx_A + p$ pour trouver p.

Exemple type - avec deux points

Soit $A(1\,;\,2)$ et $B(4\,;\,8)$.

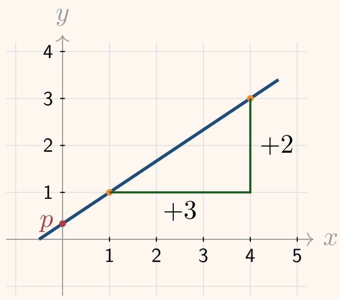
$$m = \frac{8-2}{4-1} = 2.$$

Donc $f(x) = 2x + p$. Comme A appartient à la droite :

$$2 = 2 \times 1 + p \iff p = 0.$$

Ainsi $f(x) = 2x$.

Méthodes - par lecture graphique



Ici, $m = \dfrac{2}{3}$ et $p = \dfrac{1}{3}$.

Propriétés - variations et signe

— Si $m > 0$, f est croissante sur $\mathbb{R}$.

— Si $m < 0$, f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

— Pour étudier le signe, on résout $mx + p = 0$.

Propriétés - vecteur directeur

Pour une droite d'équation $y = mx + p$, un vecteur directeur est

$$\boxed{\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}.}$$

Pour une équation cartésienne $ax + by + c = 0$, un vecteur directeur est

$$\boxed{\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}.}$$

Fiche 9

Vecteurs et quadrilatères

$\vec{u}+\vec{v}$

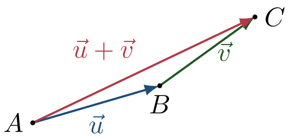
Objectif. Manipuler les vecteurs, leurs coordonnées, la somme de vecteurs, les distances et les quadrilatères usuels.

Définitions - vecteur et Chasles

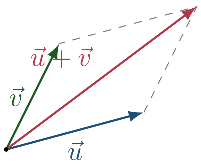
Un vecteur est caractérisé par une direction, un sens et une longueur.

$$\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$$

La relation de Chasles signifie que l'on met les vecteurs **bout à bout**.



Construction par Chasles



Règle du parallélogramme

Propriétés - coordonnées d'un vecteur

Si $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$, alors

$$\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}}$$

Le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées

$$\boxed{I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)}$$

Propriétés - opérations sur les coordonnées

Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ et $k\in\mathbb{R}$, alors

$$\boxed{k\vec{u}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}}$$

$$\boxed{\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}}$$

Propriétés - distance dans un repère orthonormé

$$\boxed{AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}}$$

Propriétés - colinéarité

Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si

$$\boxed{xy'-x'y=0.}$$

Définitions - quadrilatères : définitions

— Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

— Un **rectangle** est un quadrilatère qui possède quatre angles droits. C'est aussi un parallélogramme avec un angle droit.

— Un **losange** est un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur. C'est aussi un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur.

— Un **carré** est à la fois un rectangle et un losange.

Méthodes - caractérisations utiles : SI ... ALORS ...

Pour démontrer la nature d'un quadrilatère, on utilise des phrases du type :

— **SI** les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu, **ALORS** c'est un parallélogramme.

— **SI** un parallélogramme a un angle droit, **ALORS** c'est un rectangle.

— **SI** un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, **ALORS** c'est un rectangle.

— **SI** un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, **ALORS** c'est un losange.

— **SI** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, **ALORS** c'est un losange.

— **SI** un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, **ALORS** c'est un carré.

Fiche 10

Statistiques

Objectif. Organiser une série statistique et calculer les indicateurs essentiels.

$\bar{x}$

Définitions - effectifs et fréquences

La fréquence d'une valeur est

$$\boxed{f = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}.}$$

Les fréquences peuvent s'exprimer en pourcentage.

Propriétés - moyenne

Pour une série de valeurs x_i avec effectifs n_i :

$$\boxed{\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}.}$$

La moyenne utilise toutes les valeurs de la série.

Propriétés - médiane et quartiles

On commence toujours par **ordonner** la série.

- La médiane partage une série ordonnée en deux groupes de même effectif.
- Q_1 est le plus petit terme tel qu'au moins 25% des données lui soient inférieures ou égales.
- Q_3 est le plus petit terme tel qu'au moins 75% des données lui soient inférieures ou égales.

Pour un effectif total N, on peut utiliser les rangs :

$$\text{rang de } Q_1 = \left\lceil \frac{N}{4} \right\rceil, \qquad \text{rang de } Q_3 = \left\lceil \frac{3N}{4} \right\rceil.$$

Exemple type - exemple de moyenne

Valeur	8	10	15
Effectif	2	3	1

$$\bar{x} = \frac{2 \times 8 + 3 \times 10 + 1 \times 15}{6} = \frac{61}{6} \approx 10{,}17.$$

Exemple type - exemple : médiane, quartiles et boîte à moustaches

On considère la série ordonnée suivante :

$$4 \quad 6 \quad 7 \quad 7 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 17 \quad 20 \quad 22.$$

L'effectif total est $N = 12$.

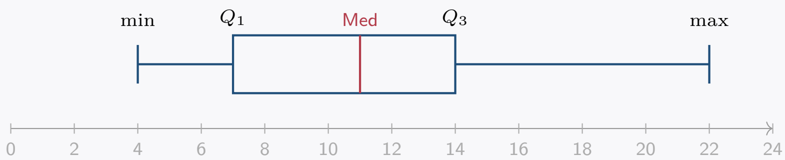
- Q_1 est la valeur de rang $\left\lceil \frac{12}{4} \right\rceil = 3$: donc $Q_1 = 7$.
- La médiane est la moyenne des valeurs de rangs 6 et 7 :

$$\text{Med} = \frac{10 + 12}{2} = 11.$$

- Q_3 est la valeur de rang $\left\lceil \frac{3 \times 12}{4} \right\rceil = 9$: donc $Q_3 = 14$.

Ainsi le résumé à cinq nombres est :

$$\min = 4, \qquad Q_1 = 7, \qquad \text{Med} = 11, \qquad Q_3 = 14, \qquad \max = 22.$$



Fiche 11

Probabilités et échantillonnage

Objectif. Utiliser le vocabulaire des probabilités, calculer des probabilités, lire un arbre pondéré et estimer une proportion.

Définitions - vocabulaire

Une expérience aléatoire a plusieurs issues possibles. L'ensemble des issues est l'univers Ω. Un événement est une partie de Ω.

Propriétés - équiprobabilité

Lorsque toutes les issues ont la même probabilité :

$$\boxed{P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}.}$$

Propriétés - événement contraire, union, intersection

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Si A et B sont incompatibles, alors $P(A \cap B) = 0$.

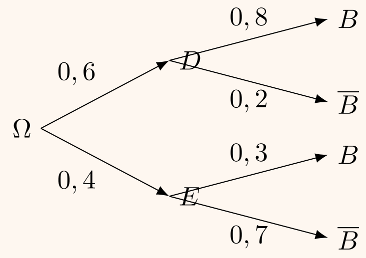
Exemple type - dé équilibré

On lance un dé équilibré à six faces. Soit A : « obtenir un nombre pair ».

$$A = \{2, 4, 6\}, \qquad P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Méthodes - arbre pondéré

On choisit au hasard un élève. Il peut être demi-pensionnaire (D) ou externe (E), puis venir en bus (B) ou non ($\overline{B}$).



La probabilité d'un chemin s'obtient en multipliant les probabilités des branches :

$$P(D \cap B) = 0,6 \times 0,8 = 0,48.$$

Définitions - échantillonnage

Une fréquence observée sur un échantillon permet d'estimer une proportion, mais elle varie d'un échantillon à l'autre.

Fiche 12

Pourcentages et évolutions

$k = 1 + t\%$

Objectif. Calculer une proportion, appliquer un pourcentage et utiliser un coefficient multiplicateur.

Définitions - pourcentage

$p\%$ signifie $\dfrac{p}{100}$. Calculer $p\%$ d'une quantité revient à multiplier par $\dfrac{p}{100}$.

Propriétés - taux et coefficient multiplicateur

On note $t\%$ le taux d'évolution et k le coefficient multiplicateur.

$$\boxed{k = 1 + t\%} \qquad \boxed{t\% = k - 1}$$

Si V_i est la valeur initiale et V_f la valeur finale :

$$\boxed{k = \frac{V_f}{V_i}} \qquad \boxed{t\% = \frac{V_f - V_i}{V_i}}.$$

$$\begin{tikzcd} V_i \arrow[r, bend left, "\times k = \times(1+t\%)"] & V_f \arrow[l, bend left, "\div k = \times \frac{1}{k}"] \end{tikzcd}$$

Propriétés - tableau de référence

Évolution	$t\%$	k
Hausse de 5%	$+0{,}05$	$1{,}05$
Hausse de 20%	$+0{,}20$	$1{,}20$
Baisse de 10%	$-0{,}10$	$0{,}90$
Baisse de 35%	$-0{,}35$	$0{,}65$
Multiplié par $1{,}8$	$+0{,}8$	$1{,}8$
Multiplié par $0{,}72$	$-0{,}28$	$0{,}72$

Méthodes - retrouver le taux d'évolution

1. Calculer $k = \dfrac{V_f}{V_i}$.
2. Calculer $t\% = k - 1$.
3. Convertir en pourcentage.

Exemple type - exemples

Un prix de 80 euros augmente de 15% :

$$80 \times 1{,}15 = 92.$$

Un prix passe de 50 à 42 euros :

$$k = \frac{42}{50} = 0{,}84, \qquad t\% = 0{,}84 - 1 = -0{,}16.$$

C'est une baisse de 16%.

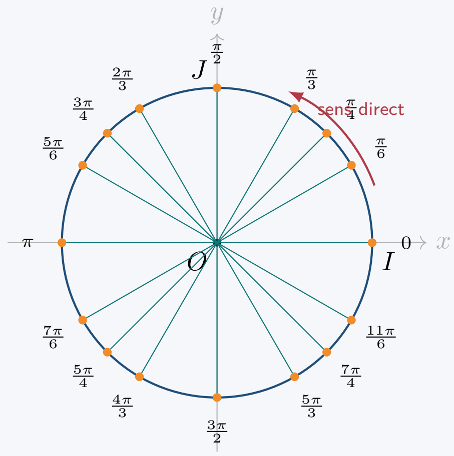
Fiche 13

Trigonométrie : triangle, cercle et radians

π rad

Objectif. Utiliser les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle, convertir degrés/radians et se repérer sur le cercle trigonométrique.

Cercle trigonométrique : angles remarquables

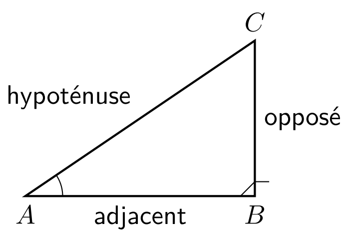


Définitions - dans un triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\widehat{A}$:

$$\cos(\widehat{A}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \quad \sin(\widehat{A}) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}},$$

$$\tan(\widehat{A}) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}.$$



Définitions - cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est le cercle de centre O, de rayon 1, orienté dans le sens direct. À tout réel x, on associe un point M du cercle tel que

$$M(\cos x\,;\,\sin x).$$

Propriétés - radian et périodicité

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ, \qquad \pi \text{ rad} = 180^\circ.$$

Les angles x et $x + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ correspondent au même point du cercle.

Propriétés - valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Propriétés - identité et signes

Pour tout réel x :

$$\boxed{\cos^2 x + \sin^2 x = 1}$$

Dans le cercle, $\cos x$ est l'abscisse et $\sin x$ est l'ordonnée du point image.

Propriétés - angles associés

$$\cos(-x) = \cos x, \qquad \sin(-x) = -\sin x.$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x, \qquad \sin(\pi - x) = \sin x.$$

Propriétés - équations trigonométriques de base

Pour tous réels a et b et pour un entier $k \in \mathbb{Z}$:

$$\cos a = \cos b \iff \begin{cases} a = b + 2k\pi, \\ \text{ou } a = -b + 2k\pi, \end{cases}$$

$$\sin a = \sin b \iff \begin{cases} a = b + 2k\pi, \\ \text{ou } a = \pi - b + 2k\pi. \end{cases}$$

Méthodes - résoudre sur un intervalle

1. Placer la valeur cherchée : abscisse pour le cosinus, ordonnée pour le sinus.
2. Repérer les points du cercle ayant cette abscisse ou cette ordonnée.
3. Garder uniquement les solutions de l'intervalle demandé.

Exemple type - équation trigonométrique

Sur $[0; 2\pi]$, résoudre $\cos x = \dfrac{1}{2}$ donne

$$x = \frac{\pi}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{5\pi}{3}.$$

Pièges - à éviter

— Utiliser les formules du triangle hors d'un triangle rectangle.

— Confondre degrés et radians : π radians correspond à $180°$.

— Oublier qu'une équation trigonométrique peut avoir plusieurs solutions.

Fiche 14

Python : variables, fonctions, boucles et listes

Python

Objectif. Savoir lire et écrire un programme simple : opérations, fonctions, boucles, `range` et listes.

Définitions - variables et affectation

En Python, l'affectation utilise le symbole =.

```
x = 3
x = x + 2    # maintenant x vaut 5
```

Le symbole == sert à tester une égalité.

```
x == 5       # teste si x vaut 5
```

Propriétés - opérations usuelles

Instruction	Signification	Exemple
`+`	addition	`3 + 4`
`-`	soustraction	`7 - 2`
`*`	multiplication	`3 * 5`
`/`	division décimale	`7 / 2`
`//`	quotient entier	`17 // 5`
`%`	reste entier	`17 % 5`
`**`	puissance	`2 ** 4`

Exemple type - division euclidienne

En Python :

```
17 // 5      # donne 3
17 % 5       # donne 2
```

Cela correspond à la division euclidienne :

$$17 = 5 \times 3 + 2.$$

Pièges - puissance

En Python, la puissance ne s'écrit pas avec ^.
Il faut écrire :

```
2 ** 3       # donne 8
5 ** 2       # donne 25
```

Définitions - fonctions

Une fonction permet de regrouper des instructions et de réutiliser un calcul.

```
def carre(x):
    return x ** 2
```

Le mot-clé `return` permet de renvoyer le résultat calculé par la fonction.

Exemple type - appeler une fonction

```
def carre(x):
    return x ** 2

print(carre(5))
```

Le programme affiche :

$$25$$

Exemple type - fonction avec plusieurs paramètres

```
def aire_rectangle(L, l):
    return L * l

print(aire_rectangle(7, 3))
```

Le programme affiche :

$$21$$

Exemple type - fonction et division euclidienne

```
def quotient(a, b):
    return a // b

def reste(a, b):
    return a % b

print(quotient(17, 5))
print(reste(17, 5))
```

Le programme affiche :

$$3 \quad \text{puis} \quad 2.$$

Définitions - boucle bornée : `for`

Une boucle `for` répète un bloc d'instructions un nombre connu de fois.

```
for i in range(5):
    print(i)
```

Le programme affiche :

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4.$$

Attention, `range(5)` s'arrête avant 5.

Propriétés - `range`

Instruction	Valeurs prises
`range(4)`	$0, 1, 2, 3$
`range(2,6)`	$2, 3, 4, 5$
`range(1,8,2)`	$1, 3, 5, 7$
`range(8,1,-2)`	$8, 6, 4, 2$

Exemple type - somme avec une boucle

```
s = 0
for k in range(1, 6):
    s = s + k
print(s)
```

Le programme calcule :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$$

Définitions - boucle conditionnelle : `while`

Une boucle `while` répète un bloc d'instructions tant qu'une condition est vraie.

```
n = 0
while n < 5:
    n = n + 1
print(n)
```

Ici, le programme affiche :

$$5.$$

Méthodes - algorithme de seuil

On utilise souvent une boucle `while` pour chercher à partir de quel rang une quantité dépasse un seuil.

```
def seuil():
    u = 100
    n = 0
    while u < 200:
        u = u * 1.1
        n = n + 1
    return n

print(seuil())
```

La fonction renvoie le premier rang à partir duquel la valeur de `u` dépasse 200.

Définitions - listes

Une liste permet de stocker plusieurs valeurs.

```
L = [4, 7, 10]
print(L[0])
L.append(13)
print(L)
```

Les indices commencent à 0.
Ainsi, `L[0]` désigne le premier élément de la liste.

Exemple type - construire une liste de carrés

```
carres = []

for k in range(1, 6):
    carres.append(k ** 2)

print(carres)
```

Le programme affiche :

$$[1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25].$$

Exemple type - fonction qui construit une liste

```
def liste_carres(n):
    L = []
    for k in range(1, n + 1):
        L.append(k ** 2)
    return L

print(liste_carres(5))
```

Le programme affiche :

$$[1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25].$$

Pièges - erreurs fréquentes

— Oublier les deux-points `:` après `for`, `while` ou `def`.

— Oublier l'indentation du bloc d'instructions.

— Confondre `=` et `==`.

— Penser que `range(1,6)` contient 6 : il s'arrête à 5.

— Écrire `2^3` au lieu de `2 ** 3`.

— Oublier le `return` dans une fonction qui doit renvoyer un résultat.

Fiche 15

Mini-formulaire de seconde — Révisions express

Objectif. Retrouver rapidement les formules à mobiliser avant une évaluation.

Propriétés - calculs

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd},\quad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd},\quad \frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}.$$

$$a^m a^n=a^{m+n},\quad \frac{a^m}{a^n}=a^{m-n},\quad (a^m)^n=a^{mn}.$$

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}\quad (a,b\geq 0).$$

Propriétés - algèbre

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2,$$
$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

Propriétés - géométrie repérée

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\ y_B-y_A\end{pmatrix},\qquad AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}.$$

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right).$$

Propriétés - fonctions affines

$$f(x)=mx+p,$$

$m>0$: croissante ; $m<0$: décroissante.

$$mx+p=0\iff x=-\frac{p}{m}\quad (m\neq 0).$$

Propriétés - probabilités

$$P(\overline{A})=1-P(A),\qquad P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B).$$

Propriétés - pourcentages

Augmentation de $t\%$: coefficient $1+\dfrac{t}{100}$.

Diminution de $t\%$: coefficient $1-\dfrac{t}{100}$.