BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES - Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures - coefficient : 5

MATHÉMATIQUES - Série L

ENSEIGNEMENT DE SPECIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures - coefficient : 4

SUJET

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5, y compris celle-ci.

Tournez la page S.V.P.

Exercice 1. 4 points

Commun à tous les candidats.

Des observations ont établi qu'à la fin de l'été 2010, un glacier de haute montagne possédait un volume de 50 000 m^3. Chaque année, pendant la période hivernale, ce glacier se recharge de 10% de son volume puis perd en moyenne 6 000 m^3 pendant l'été.

On modélise la situation par la suite (u_n) définie pour tout entier n par :

$$\begin{cases} u_0 = 50 \\ u_{n+1} = 1,1\ u_n - 6 \end{cases}$$

où u_n désigne le volume du glacier, en milliers de m^3, à la fin de l'été de l'année $2010 + n$.

Partie A

1.

1. a. Vérifier que le volume du glacier à la fin de l'été de l'année 2011 est de 49 000 m^3.

1. b. Calculer u_2.

2. On propose l'algorithme suivant :

INITIALISATION	
	Affecter à n la valeur 0
	Affecter à u la valeur 50
TRAITEMENT	
	Tant que $u \geq 40$ faire
	Affecter à u la valeur $1.1 \times u - 6$
	Affecter à n la valeur $n+1$
	Fin Tant que
SORTIE	
	Afficher $2010 + n$

2. a. Donner le résultat affiché par cet algorithme.

2. b. Que représente ce nombre dans le contexte de l'exercice ?

Partie B

1. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 60$.

1. a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

1. b. Soit n un entier naturel. Exprimer v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n = -10 \times 1,1^n + 60$$

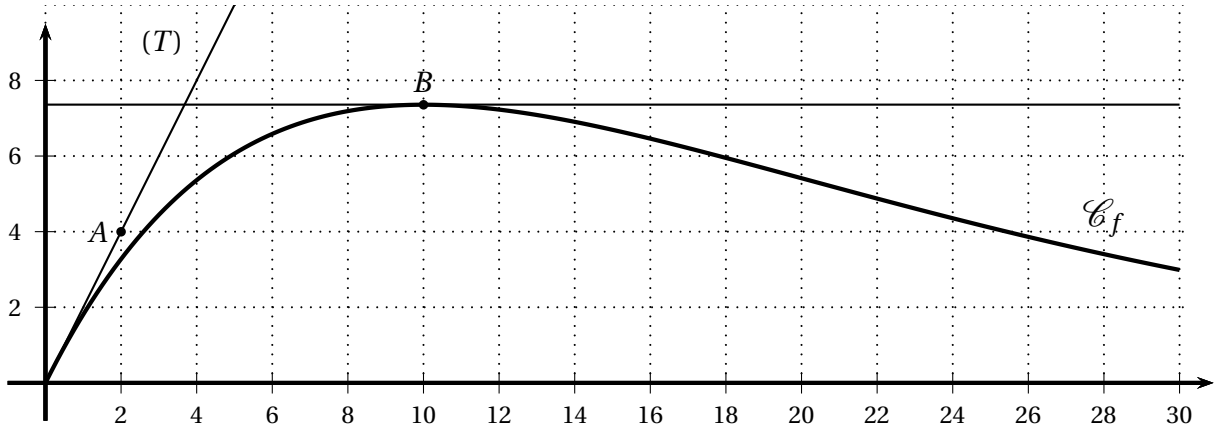
On admet que la suite (u_n) est strictement décroissante.

2. On considère que ce glacier aura disparu lorsque son volume sera inférieur à 10 000 m^3.
Déterminer la date que le modèle laisse prévoir pour la disparition du glacier.

Exercice 2. 7 points

Commun à tous les candidats.

Partie A



Sur la figure ci-dessus, $\mathscr{C}_f$ représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie sur l'intervalle $[0;30]$.
La tangente (T) à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 passe par le point $A(2;4)$.
La tangente (T) à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 10 est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Déterminer $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(10)$.

2. On suppose désormais que la fonction f est définie sur $[0;30]$ par :

$$f(x) = 2x\,\mathrm{e}^{-0,1x}$$

On note f' sa fonction dérivée.

2. a. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0;30]$ on a :

$$f'(x) = 0,2\,\mathrm{e}^{-0,1x} \times (10 - x)$$

2. b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0;30]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f.

3.

3. a. Justifier que l'équation $f(x) = 5$ possède une unique solution dans l'intervalle $[0;10]$. On la notera α.

3. b. Déterminer un encadrement de α au centième.

Dans la suite, on admet que l'équation $f(x) = 5$ possède une unique solution dans l'intervalle $[10;30]$.
On note β cette solution. On admet que $21,53 < \beta < 21,54$.

4. On admet que la fonction dérivée seconde de f, notée f'', est définie pour tout x de $[0;30]$ par :

$$f''(x) = \frac{1}{50}\,\mathrm{e}^{-0,1x} \times (x - 20)$$

4. a. Étudier la convexité de f sur $[0;30]$.

4. b. Que peut-on en déduire pour le point d'abscisse 20 de la courbe $\mathscr{C}_f$? Justifier.

Partie B

Une entreprise fabrique de manière artisanale des jouets en bois. Les bénéfices de la production sont modélisés par la fonction f, où x est le nombre de centaines de jouets et $f(x)$ le bénéfice exprimé en milliers d'euros.

1. Quel est le nombre de jouets qu'il faut produire pour que le bénéfice soit maximal ? Indiquer la valeur de ce bénéfice maximal à l'euro près.

2. Combien l'entreprise doit-elle produire de jouets pour que le bénéfice soit supérieur ou égal à 5 000 euros ?

Exercice 3. 4 points

Commun à tous les candidats.

Partie A

Un rallye cycliste est organisé chaque année.
40% des inscrits pratiquent le VTT (vélo tout terrain), les autres pratiques le vélo de route.
Pour le VTT, 12 circuits sont classés difficiles et 8 circuits sont classés faciles.
Pour le vélo de route, 20 circuits sont classés difficiles, 10 classés moyens et 10 classés faciles.

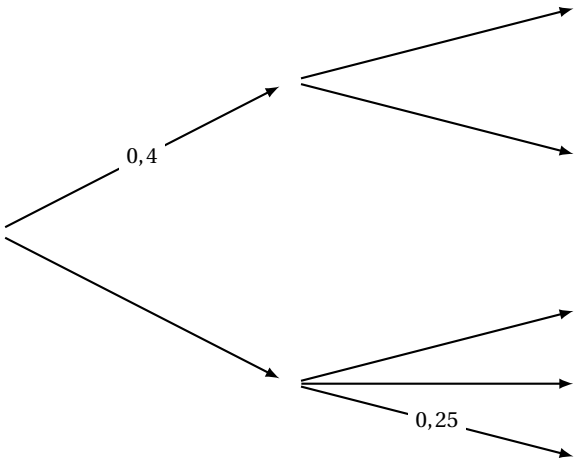
Chacun des inscrits tire au sort un circuit à parcourir dans sa spécialité.
On choisit au hasard un participant à ce rallye. Chaque cycliste a la même probabilité d'être choisi. On note :

- T l'événement : « *le cycliste choisi pratique le VTT* » ;
- R l'événement : « *le cycliste choisi pratique le cyclisme sur route* » ;
- D l'événement : « *le circuit emprunté est classé difficile* » ;
- M l'événement : « *le circuit emprunté est classé moyen* » ;
- F l'événement : « *le circuit emprunté est classé facile* » .

Notations
Si A et B sont deux événements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité que l'événement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité que l'événement A se réalise sachant que l'événement B est réalisé.

On donnera les réponses arrondies au millième.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité proposé.



2. On choisit au hasard un participant au rallye. Montrer que la probabilité que cette personne ait effectué un circuit difficile est 0,54.

3. Calculer la probabilité qu'un participant au rallye pratique le VTT sachant qu'il effectue un parcours difficile.

Partie B

On choisit au hasard 5 participants à ce rallye. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de participants du VTT parmi les 5 participants choisis. Le nombre de participants étant suffisamment grand, on peut considérer les tirages comme indépendants et les assimiler à des tirages avec remise.

1. Préciser la loi que suit X et donner ses paramètres.

2. Déterminer la probabilité qu'exactement 3 participants pratiquent le VTT.

3. Déterminer la probabilité qu'au plus 3 participants pratiquent le VTT.

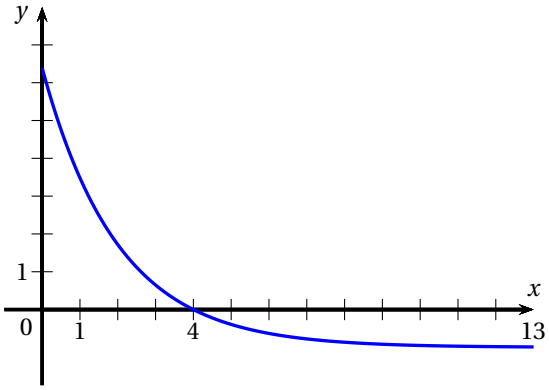
Exercice 4. 5 points

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ou candidats de la série L.

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.
Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Partie A

On considère une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,13]$ et on donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction g', fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,13]$.



Affirmation 1

La fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

Affirmation 2

La fonction g est concave sur l'intervalle $[0\,;\,13]$.

Partie B

Une entreprise informatique produit et vend des clés USB. La vente de ces clés est réalisée par des commerciaux qui se déplacent aux frais de l'entreprise. La direction de l'entreprise décide de diminuer le budget consacré aux frais de déplacements de ses commerciaux.

Affirmation 3

« Diminuer ce budget de 6 % par an pendant 5 ans revient à diminuer ce budget de 30 % sur la période de 5 ans ».

La production mensuelle varie entre 0 et 10 000 clés. Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :

$$B(x) = -x^2 + 10x - 9$$

où x représente le nombre de milliers de clés produites et vendues.

Affirmation 4

« Lorsque l'entreprise produit et vend entre 1 000 et 9 000 clés USB, le bénéfice est positif ».

Affirmation 5

« Lorsque l'entreprise produit et vend 5 000 clés USB, le bénéfice mensuel est maximal ».

Fin du devoir