



TD 2 - Première Spécialité Maths

Second degré – Corrigé

Exercice 1. Cas $\Delta > 0$ et $a > 0$

On considère $f(x) = 2x^2 + 10x + 12$.

1. Équation et interprétation graphique.

On a $a = 2$, $b = 10$ et $c = 12$. Ainsi :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 10^2 - 4 \times 2 \times 12 \\ &= 4.\end{aligned}$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions réelles distinctes :

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-10 - \sqrt{4}}{2 \times 2} = -3, \\ x_2 &= \frac{-10 + \sqrt{4}}{2 \times 2} = -2.\end{aligned}$$

La courbe $\mathcal{C}_f$ coupe donc l'axe des abscisses en $A(-3 ; 0)$ et $B(-2 ; 0)$.

2. Factorisation de f .

$$f(x) = 2(x + 3)(x + 2).$$

3. Signe et interprétation graphique.

Comme $a > 0$, f est positive à l'extérieur des racines et négative entre elles.

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ainsi :

$$f(x) > 0 \iff x \in]-\infty ; -3[\cup]-2 ; +\infty[$$

et

$$f(x) < 0 \iff x \in]-3 ; -2[.$$

La courbe est au-dessus de l'axe des abscisses sur le premier ensemble et au-dessous sur le second.

4. Étude de la fonction.

On a :

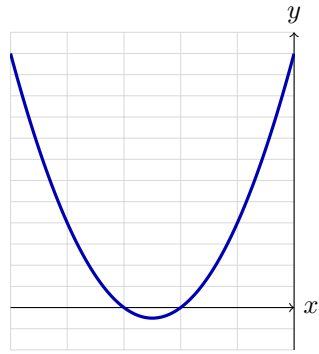
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2}, \quad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{2}.$$

Donc :

$$f(x) = 2 \left(x + \frac{5}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad S \left(-\frac{5}{2} ; -\frac{1}{2} \right).$$

x	$-\infty$	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$

La parabole est tournée vers le haut, d'axe $x = -\frac{5}{2}$, et passe par $A(-3 ; 0)$, $B(-2 ; 0)$ et $(0 ; 12)$.



Exercice 2. Cas $\Delta > 0$ et $a < 0$

On considère $f(x) = -2x^2 - 6x + 7$.

1. Équation et interprétation graphique.

On a $a = -2$, $b = -6$ et $c = 7$. Ainsi :

$$\begin{aligned}\Delta &= (-6)^2 - 4 \times (-2) \times 7 \\ &= 92 = 4 \times 23.\end{aligned}$$

Les deux racines, rangées dans l'ordre croissant, sont :

$$x_1 = -\frac{3 + \sqrt{23}}{2}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{23} - 3}{2}.$$

La courbe coupe l'axe des abscisses en $A(x_1 ; 0)$ et $B(x_2 ; 0)$.

2. Factorisation de f .

$$f(x) = -2 \left(x + \frac{3 + \sqrt{23}}{2} \right) \left(x - \frac{\sqrt{23} - 3}{2} \right).$$

3. Signe et interprétation graphique.

Comme $a < 0$, f est négative à l'extérieur des racines et positive entre elles.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Ainsi :

$$f(x) > 0 \iff x \in]x_1 ; x_2[$$

et

$$f(x) < 0 \iff x \in]-\infty ; x_1[\cup]x_2 ; +\infty[.$$

4. Étude de la fonction.

On a :

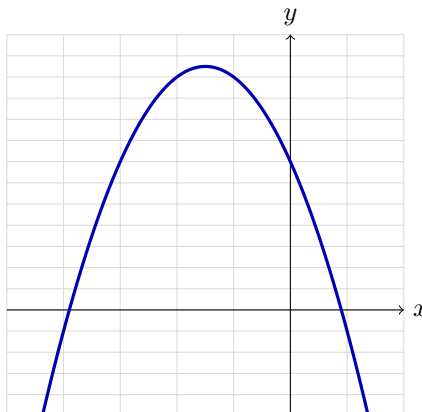
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}, \quad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{23}{2}.$$

Donc :

$$f(x) = -2 \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{23}{2} \quad \text{et} \quad S \left(-\frac{3}{2} ; \frac{23}{2} \right).$$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{23}{2}$	$-\infty$

La parabole est tournée vers le bas, d'axe $x = -\frac{3}{2}$, et passe notamment par $(0 ; 7)$.



Exercice 3. Cas $\Delta = 0$ et $a > 0$

On considère $f(x) = 3x^2 + 6x + 3$.

1. Équation et interprétation graphique.

On a $a = 3$, $b = 6$ et $c = 3$, donc :

$$\Delta = 6^2 - 4 \times 3 \times 3 = 0.$$

L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution réelle :

$$x_0 = -\frac{6}{2 \times 3} = -1.$$

La courbe est tangente à l'axe des abscisses au point $A(-1 ; 0)$.

2. Factorisation de f .

$$f(x) = 3(x + 1)^2.$$

3. Signe et interprétation graphique.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

Ainsi :

$$f(x) > 0 \iff x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, \quad f(x) < 0 \iff x \in \emptyset.$$

La courbe reste au-dessus de l'axe des abscisses et le touche en A .

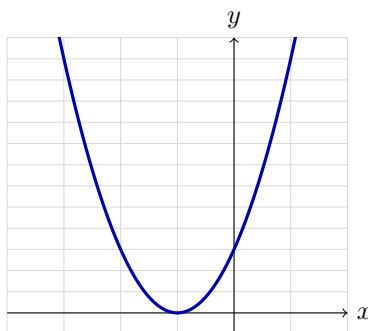
4. Étude de la fonction.

On a $\alpha = -1$ et $\beta = 0$. La forme canonique est donc :

$$f(x) = 3(x + 1)^2 \quad \text{et} \quad S(-1 ; 0).$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

La parabole est tournée vers le haut et son axe est la droite $x = -1$.



Exercice 4. Cas $\Delta = 0$ et $a < 0$

On considère $f(x) = -5x^2 + 20x - 20$.

1. Équation et interprétation graphique.

On a $a = -5$, $b = 20$ et $c = -20$, donc :

$$\Delta = 20^2 - 4 \times (-5) \times (-20) = 0.$$

L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution réelle :

$$x_0 = -\frac{20}{2 \times (-5)} = 2.$$

La courbe est tangente à l'axe des abscisses au point $A(2 ; 0)$.

2. Factorisation de f .

$$f(x) = -5(x - 2)^2.$$

3. Signe et interprétation graphique.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

Ainsi :

$$f(x) > 0 \iff x \in \emptyset, \quad f(x) < 0 \iff x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

La courbe reste au-dessous de l'axe des abscisses et le touche en A .

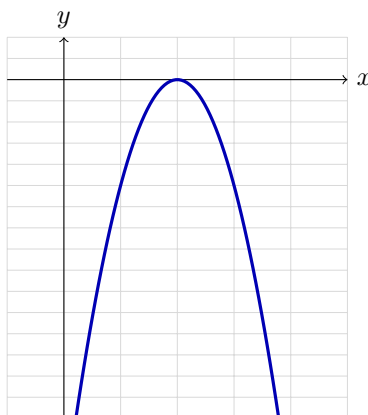
4. Étude de la fonction.

On a $\alpha = 2$ et $\beta = 0$. La forme canonique est donc :

$$f(x) = -5(x - 2)^2 \quad \text{et} \quad S(2 ; 0).$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

La parabole est tournée vers le bas et son axe est la droite $x = 2$.



Exercice 5. Cas $\Delta < 0$ et $a > 0$

On considère $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$.

1. Équation et interprétation graphique.

On a $a = 2$, $b = 2$ et $c = 2$, donc :

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 2 \times 2 = -12 < 0.$$

L'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution réelle. La courbe ne coupe donc pas l'axe des abscisses.

2. Factorisation de f .

Comme f ne possède aucune racine réelle, elle n'est pas factorisable en un produit de facteurs du premier degré à coefficients réels.

3. Signe et interprétation graphique.

Comme $\Delta < 0$ et $a > 0$, f est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

Ainsi :

$$f(x) > 0 \iff x \in \mathbb{R}, \quad f(x) < 0 \iff x \in \emptyset.$$

La courbe est entièrement située au-dessus de l'axe des abscisses.

4. Étude de la fonction.

On a :

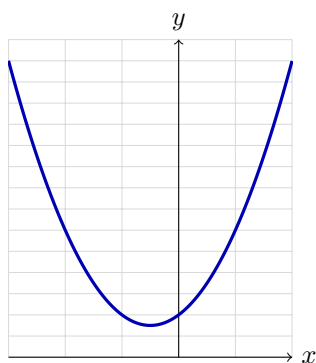
$$\alpha = -\frac{1}{2}, \quad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{3}{2}.$$

Donc :

$$f(x) = 2 \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad S \left(-\frac{1}{2} ; \frac{3}{2} \right).$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$

La parabole est tournée vers le haut et son axe est la droite $x = -\frac{1}{2}$.



Exercice 6. Cas $\Delta < 0$ et $a < 0$

On considère $f(x) = -5x^2 + x - 10$.

1. Équation et interprétation graphique.

On a $a = -5$, $b = 1$ et $c = -10$, donc :

$$\Delta = 1^2 - 4 \times (-5) \times (-10) = -199 < 0.$$

L'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution réelle. La courbe ne coupe donc pas l'axe des abscisses.

2. Factorisation de f .

Comme f ne possède aucune racine réelle, elle n'est pas factorisable en un produit de facteurs du premier degré à coefficients réels.

3. Signe et interprétation graphique.

Comme $\Delta < 0$ et $a < 0$, f est strictement négative sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	

Ainsi :

$$f(x) > 0 \iff x \in \emptyset, \quad f(x) < 0 \iff x \in \mathbb{R}.$$

La courbe est entièrement située au-dessous de l'axe des abscisses.

4. Étude de la fonction.

On a :

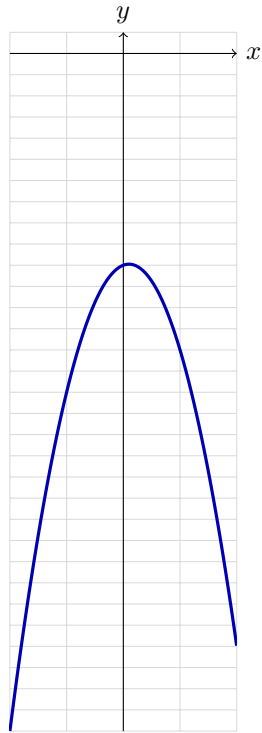
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{10}, \quad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{199}{20}.$$

Donc :

$$f(x) = -5 \left(x - \frac{1}{10} \right)^2 - \frac{199}{20} \quad \text{et} \quad S \left(\frac{1}{10} ; -\frac{199}{20} \right).$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{10}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{199}{20}$	$-\infty$

La parabole est tournée vers le bas et son axe est la droite $x = \frac{1}{10}$.



↵ Fin du devoir ↵