

TD 1

Second degré

Version élève

Sommaire

I	Fonctions polynômes du second degré	2
II	Équations du second degré	3
III	Factoriser un trinôme : choisir une stratégie	3
IV	Signe d'un trinôme du second degré	4
V	Variations d'un trinôme	4
VI	À partir du graphique	5
VII	Applications	7
VIII	Bilan – Pour préparer le test	9
IX	Automatismes du chapitre – premier bilan	12
X	Extraits de sujets du Bac 2026	15
XI	SAT / AP Calculus	17
XII	Now We Can Talk : pour aller plus loin	17

Organisation du TD

- Les parties du TD suivent l'ordre du cours.
- Les exercices **[!] Bilan** ciblent les méthodes essentielles ; les parcours **[+] Consolidation** reprennent la même structure avec d'autres valeurs et les parcours **[*] Approfondissement** permettent d'aller plus loin.
- Les **[FLASH] Automatismes** et les exercices **[BAC] D'après Bac 2026** sont issus ou adaptés des sujets 2026 de l'épreuve anticipée.

Thème I

Fonctions polynômes du second degré

Exercice 1 **[!] Bilan** Forme canonique par complétion du carré

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

1. Déterminer la forme canonique de f en complétant le carré.
2. En déduire :
 2. a. les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f ;
 2. b. son axe de symétrie ;
 2. c. le minimum de f sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de f .
4. Résoudre l'équation $f(x) = 5$ sans utiliser le discriminant.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 2, page 2.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 3, page 2.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 2 **[+] Consolidation** Même travail, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 + 4x - 1.$$

1. Déterminer la forme canonique de g en complétant le carré.
2. En déduire :
 2. a. les coordonnées du sommet de la parabole représentative de g ;
 2. b. son axe de symétrie ;
 2. c. le minimum de g sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de g .
4. Résoudre l'équation $g(x) = -1$ sans utiliser le discriminant.

Exercice 3 **[*] Approfondissement** Compléter le carré avec un coefficient devant x^2

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 2x^2 - 8x + 1.$$

1. Déterminer la forme canonique de h en complétant le carré.
2. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de h et le minimum de h sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de h .
4. Résoudre l'équation $h(x) = 1$ sans utiliser le discriminant.

Thème II

Équations du second degré

Exercice 4 Résolutions classiques du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes. On cherchera toujours une factorisation directe avant d'utiliser le discriminant.

1. $x^2 + 2x = 0$;
2. $x^2 - 5 = 0$;
3. $x^2 + 5 = 0$;
4. $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$;
5. $4x^2 + 20x + 25 = 0$;
6. $2x^2 = 3x + 1$;
7. $(x + 1)(5x^2 + 2x - 1) = 0$.
8. $x^2 + x + 1 = 0$.

Thème III

Factoriser un trinôme : choisir une stratégie

Exercice 5 [!] Bilan Factoriser en choisissant sa méthode

Factoriser les expressions suivantes. La méthode n'est pas imposée. Lorsque cela est possible, privilégier la méthode qui vous paraît la plus rapide.

$$A(x) = x^2 - 5x + 6, \quad B(x) = 4x^2 - 12x + 9, \quad C(x) = 2x^2 + x - 3.$$

1. Factoriser $A(x)$.
2. Factoriser $B(x)$.
3. Factoriser $C(x)$.
4. Pour l'une des trois expressions, proposer une deuxième méthode de factorisation.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 6, page 3.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 7, page 3.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 6 [+] Consolidation Même travail, autres valeurs

Factoriser les expressions suivantes. La méthode n'est pas imposée.

$$D(x) = x^2 - 7x + 10, \quad E(x) = 9x^2 + 12x + 4, \quad F(x) = 3x^2 - 5x - 2.$$

1. Factoriser $D(x)$.
2. Factoriser $E(x)$.
3. Factoriser $F(x)$.
4. Pour l'une des trois expressions, proposer une deuxième méthode de factorisation.

Exercice 7 [*] Approfondissement Choisir entre plusieurs stratégies

Pour chacune des expressions suivantes, déterminer si elle est factorisable sur $\mathbb{R}$. Lorsqu'elle l'est, la factoriser par la méthode de votre choix.

$$G(x) = 6x^2 - x - 2, \quad H(x) = 2x^2 + 4x + 5.$$

Thème IV

Signe d'un trinôme du second degré

Exercice 8 Étudier le signe dans les trois cas

Pour chacune des fonctions suivantes, factoriser si cela est possible dans $\mathbb{R}$, puis résoudre l'inéquation demandée.

1. $f_1(x) = x^2 + x + 1$; résoudre $f_1(x) > 0$.
2. $f_2(x) = -x^2 + 4x + 1$; résoudre $f_2(x) > 0$.
3. $f_3(x) = -x^2 + 6x - 9$; résoudre $f_3(x) > 0$.

Exercice 9 Inéquations

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $(I_1) : \frac{-2x^2 + 4x - 5}{-4x + 3} \geq 0$.
2. $(I_2) : \frac{-x^2 + 2x - 1}{(-4x + 3)^2} \geq 0$.
3. $(I_3) : 6x^2 < x + 1$.

Exercice 10 Complément – Ensembles de définition

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1. $f(x) = \sqrt{-6 - x + x^2}$.
2. $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - x - 12}}$.
3. $h(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2x^2 - 12x + 10}$.
4. $i(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 10} + \sqrt{x}$.

Thème V

Variations d'un trinôme

Exercice 11 [!] Bilan Étudier directement les variations d'un trinôme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 3.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f .
2. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Donner le maximum de f sur $\mathbb{R}$.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 12, page 4.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 13, page 5.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 12 [+] Consolidation Même travail, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 - 6x + 5.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de g .
2. Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
3. Donner le minimum de g sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13 [*] **Approfondissement Variations sur un intervalle**

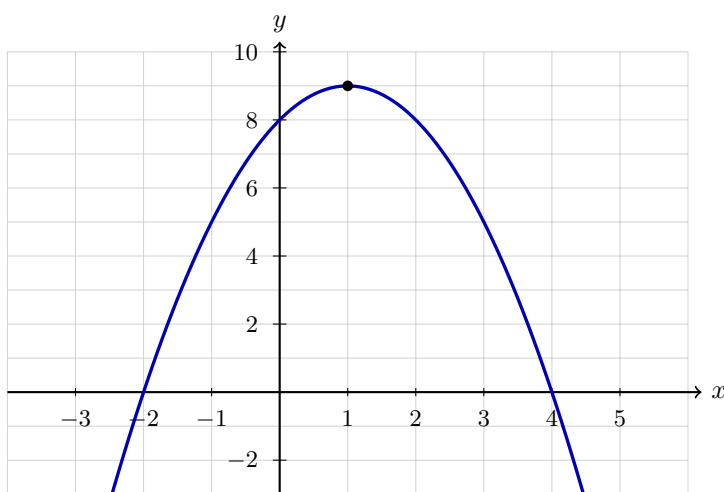
On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 2x^2 - 12x + 11.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de h .
2. Dresser le tableau de variations de h sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire le minimum de h sur l'intervalle $[0; 5]$ et la valeur de x pour laquelle il est atteint.
4. Déterminer le maximum de h sur $[0; 5]$.

Thème VI**À partir du graphique****Exercice 14** **Lecture graphique d'une parabole**

La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré f .

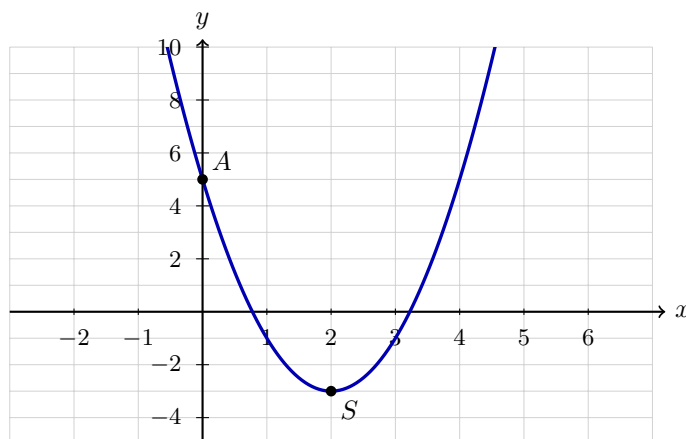


Par lecture graphique :

1. donner les racines de f ;
2. dresser le tableau de signes de f ;
3. donner les coordonnées du sommet et la valeur du maximum de f ;
4. dresser le tableau de variations de f ;
5. résoudre $f(x) \geq 5$.

Exercice 15 Retrouver une expression à partir d'un graphique

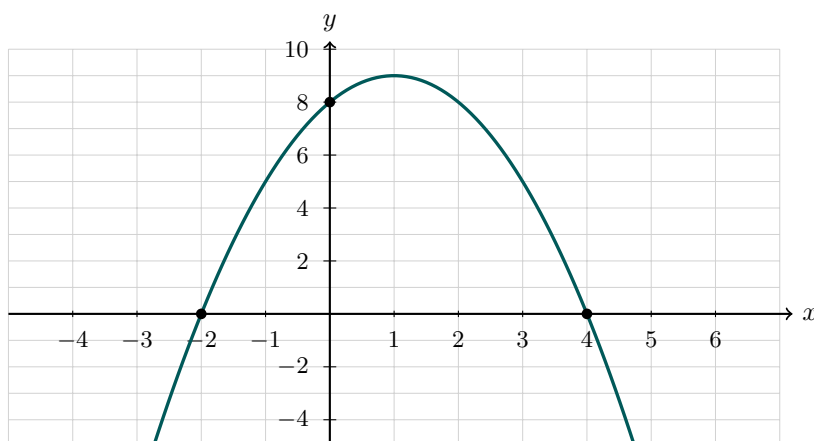
La parabole $\mathcal{C}_f$ ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré f . Les points S et A appartiennent à la courbe.



1. Lire les coordonnées des points S et A .
2. Déterminer une expression de $f(x)$ à partir des informations lues sur le graphique. Justifier le choix de la forme utilisée.
3. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a , b et c de $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Exercice 16 Retrouver une expression à partir des zéros de la courbe

La courbe $\mathcal{C}_g$ ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré g .



1. Lire graphiquement les deux racines de g ainsi que la valeur de $g(0)$.
2. Déterminer une expression de $g(x)$ à partir de ces informations. Justifier le choix de la forme utilisée.
3. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a , b et c de $g(x) = ax^2 + bx + c$.

Thème VII

Applications

Exercice 17 **[!] Bilan Bénéfice d'une entreprise**

Une entreprise produit q objets par jour, avec $q \in [0 ; 250]$. Son bénéfice journalier, en euros, est modélisé par

$$B(q) = -0,1q^2 + 25q - 1000.$$

1. Montrer que

$$B(q) = -0,1(q - 50)(q - 200).$$

2. Pour quelles productions le bénéfice est-il strictement positif ?

3. Montrer que

$$B(q) = -0,1(q - 125)^2 + 562,5.$$

4. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.

5. Pour chacune des questions précédentes, préciser quelle forme de B était la plus adaptée : développée, factorisée ou canonique.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 18, page 7.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 19, page 7.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 18 **[+] Consolidation Même modèle de bénéfice, autres valeurs**

Une entreprise produit q objets par jour, avec $q \in [0 ; 150]$. Son bénéfice journalier, en euros, est modélisé par

$$C(q) = -0,2q^2 + 26q - 720.$$

1. Montrer que

$$C(q) = -0,2(q - 40)(q - 90).$$

2. Pour quelles productions le bénéfice est-il strictement positif ?

3. Montrer que

$$C(q) = -0,2(q - 65)^2 + 125.$$

4. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.

5. Pour chacune des questions précédentes, préciser quelle forme de C était la plus adaptée : développée, factorisée ou canonique.

Exercice 19 **[*] Approfondissement Position relative d'une droite et d'une parabole**

Dans un repère, on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation

$$y = x^2$$

et la droite $\mathcal{D}$ d'équation

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$

1. Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$.

2. Donner les coordonnées de ces deux points.

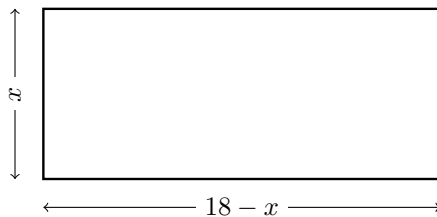
3. Étudier le signe de

$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$$

4. En déduire la position relative de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$.

Exercice 20 Complément – Un peu de géométrie : aire d'un rectangle

Un rectangle a un périmètre égal à 36 cm. On note x sa largeur ; sa longueur vaut donc $18 - x$.



1. Préciser l'intervalle des valeurs possibles de x .

2. Montrer que l'aire du rectangle est

$$A(x) = -x^2 + 18x.$$

3. Montrer que

$$A(x) = -(x - 9)^2 + 81.$$

4. Déterminer l'aire maximale et les dimensions du rectangle correspondant.

5. Résoudre $A(x) \geq 72$ et interpréter le résultat.

Thème VIII

Bilan – Pour préparer le test

Exercice 21 **[!]** Bilan Tout savoir faire à partir d'un trinôme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

1. Identifier les coefficients a , b et c .
2. Calculer le discriminant Δ .
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
4. En déduire la forme factorisée de f .
5. Dresser le tableau de signes de f .
6. Résoudre l'inéquation

$$f(x) \leq 0.$$

7. On définit la fonction g par

$$g(x) = \sqrt{f(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g .

8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{2x+1}{f(x)} > 0.$$

9. Donner, par complétion du carré, la forme canonique de f .
10. Donner les coordonnées du sommet de la parabole et son axe de symétrie.
11. Dresser le tableau de variations de f .
12. Donner le minimum de f sur $\mathbb{R}$.
13. Résoudre l'équation $f(x) = 6$ en choisissant la forme la plus adaptée.
14. En déduire la position relative de la parabole $\mathcal{C}_f$ et de la droite d d'équation $y = 6$.
15. Esquisser la représentation graphique de f en faisant apparaître les racines, le sommet et l'ordonnée à l'origine.
16. Sans calculer de discriminant, déterminer l'autre racine du trinôme

$$P(x) = 3x^2 - 7x - 6,$$

sachant que l'une de ses racines est 3.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 22, page 10.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 23, page 11.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 22 **[+]** Consolidation Même bilan, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^2 + 6x - 5.$$

1. Identifier les coefficients a , b et c .
2. Calculer le discriminant Δ .
3. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
4. En déduire la forme factorisée de g .
5. Dresser le tableau de signes de g .
6. Résoudre l'inéquation

$$g(x) \geq 0.$$

7. On définit la fonction h par

$$h(x) = \sqrt{g(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_h$ de h .

8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{3x-6}{g(x)} > 0.$$

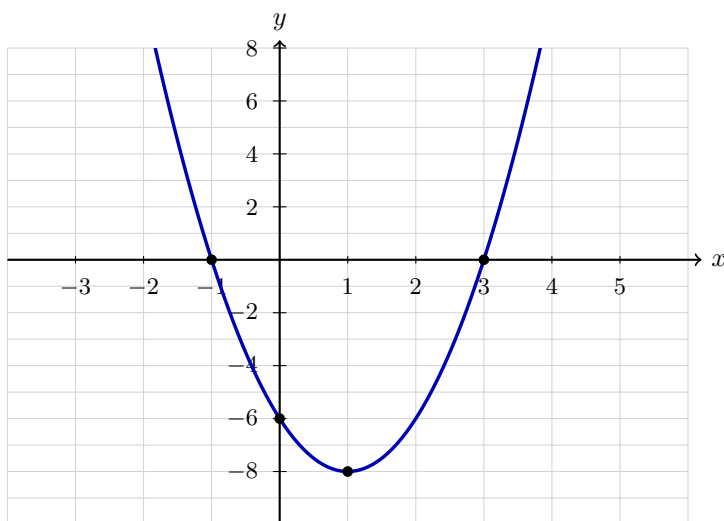
9. Donner, par complétion du carré, la forme canonique de g .
10. Donner les coordonnées du sommet de la parabole et son axe de symétrie.
11. Dresser le tableau de variations de g .
12. Donner le maximum de g sur $\mathbb{R}$.
13. Résoudre l'équation $g(x) = -5$ en choisissant la forme la plus adaptée.
14. En déduire la position relative de la parabole $\mathcal{C}_g$ et de la droite d d'équation $y = -5$.
15. Esquisser la représentation graphique de g en faisant apparaître les racines, le sommet et l'ordonnée à l'origine.
16. On considère le trinôme

$$P(x) = 2x^2 + x - 6.$$

Sachant que -2 est une racine de P , déterminer l'autre racine sans calculer le discriminant, puis factoriser $P(x)$.

Exercice 23 **[!]** Bilan Retrouver a , b et c à partir d'un graphique

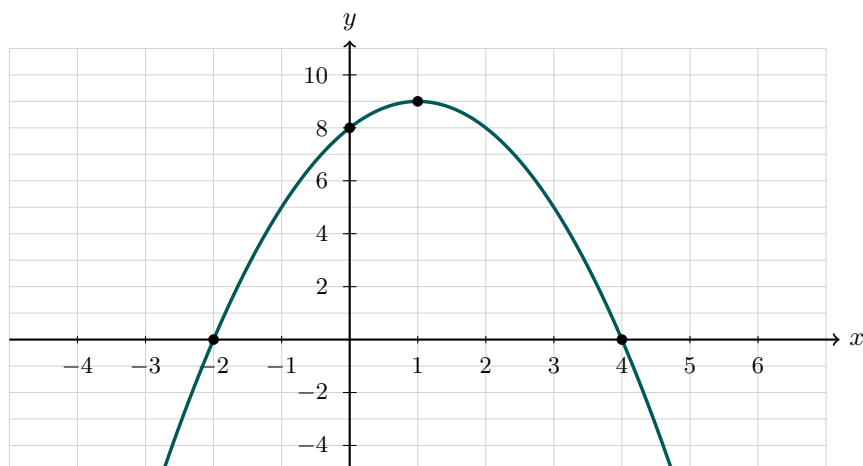
La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré h . Toutes les informations nécessaires sont lisibles sur le graphique.



1. Lire les deux racines de h .
2. En déduire la forme factorisée de h .
3. Lire $h(0)$ sur le graphique et déterminer a .
4. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a , b et c de la forme développée.
5. Retrouver par le calcul les coordonnées du sommet.
6. Dresser le tableau de signes et le tableau de variations de h .

Exercice 24 **[+]** Consolidation Même lecture graphique, autres valeurs

La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré k .



1. Lire les deux racines de k .
2. En déduire la forme factorisée de k .
3. Lire $k(0)$ et déterminer a .
4. Développer et donner les coefficients a , b et c .
5. Retrouver par le calcul les coordonnées du sommet.
6. Dresser le tableau de signes et le tableau de variations de k .

Thème IX**Automatismes du chapitre – premier bilan****Exercice 25** **[FLASH]** Automatismes Questions flash – Bac 2026

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – QCM, question 1

La forme développée de l'expression

$$(3x - 2)^2$$

est :

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) $9x^2 - 4$ | c) $9x^2 - 12x + 4$ |
| b) $3x^2 - 12x + 4$ | d) $6x - 4$ |

Question 2

Source bac : Première spécialité, Antilles-Guyane 2026 – QCM, question 1

Une forme factorisée de l'expression

$$9x^2 - \frac{1}{9}$$

est :

- | | |
|---|---|
| a) $(3x - \frac{1}{3})^2$ | c) $(9x - \frac{1}{3})^2$ |
| b) $(3x - \frac{1}{3})(3x + \frac{1}{3})$ | d) $(9x - \frac{1}{3})(9x + \frac{1}{3})$ |

Question 3

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – QCM, question 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 10.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère.Un seul des quatre points ci-dessous appartient à la courbe $\mathcal{C}$. Lequel ?

- | | | |
|------------------|--|------------------|
| a) $A(-3 ; 10)$ | | c) $C(3 ; 10)$ |
| b) $B(3 ; 10,5)$ | | d) $D(0 ; 19,5)$ |

Question 4

Source bac : Première spécialité, Antilles-Guyane 2026 – QCM, question 5

On considère le tableau de signes d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Une expression possible de $f(x)$ est :

- | | | |
|----------------------------|--|----------------------------|
| a) $f(x) = (x + 3)(2 - x)$ | | c) $f(x) = (x - 2)(x + 3)$ |
| b) $f(x) = (x + 2)(x - 3)$ | | d) $f(x) = (x + 2)(x + 3)$ |

Question 5

Source bac : Première spécialité, Métropole secours 2026 – QCM, question 9

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (2x - 4)(-x + 1)$$

admet pour tableau de signes :

a.					b.				
x	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	x	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$	0

c.					d.				
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	0

Question 6

Source bac : Première spécialité, Polynésie 2026 – QCM, question 8

Quelle est la forme factorisée de l'expression

$$16x^2 - (x+1)^2 ?$$

- | | |
|-------------------|---------------------|
| a) $(3x-1)^2$ | c) $(15x-1)^2$ |
| b) $(3x-1)(5x+1)$ | d) $(15x-1)(17x+1)$ |

Question 7

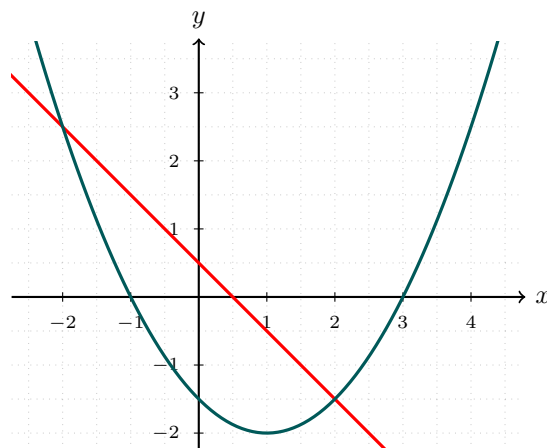
Source bac : Première spécialité, Asie 2026 – QCM, question 6

On a représenté ci-dessous une fonction affine f et une fonction polynôme du second degré g , définies sur $\mathbb{R}$.
L'ensemble S des solutions de l'inéquation

$$f(x) < g(x)$$

est :

- | | |
|--|--|
| a) $S =]-2 ; 2[$ | c) $S =]-1 ; 0,5[\cup]3 ; +\infty[$ |
| b) $S =]-\infty ; -2[\cup]2 ; +\infty[$ | d) $S =]-1 ; 3[$ |



Question 8

Source bac : Première spécialité, sujet zéro 2 – QCM, question 10

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (3x - 15)(x + 2)$$

admet pour tableau de signes :

a.				
x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0

b.				
x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

c.				
x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0

d.				
x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

Thème X

Extraits de sujets du Bac 2026



Épreuve du baccalauréat : SANS CALCULATRICE

À l'épreuve anticipée de mathématiques de Première, la calculatrice n'est pas autorisée. Les questions proposées ici sont donc conçues pour être traitées sans calculatrice.

Exercice 26 [BAC] D'après Bac 2026 Étude d'un trinôme dans un problème plus long

On considère le trinôme

$$P(x) = 2x^2 + x - 10.$$

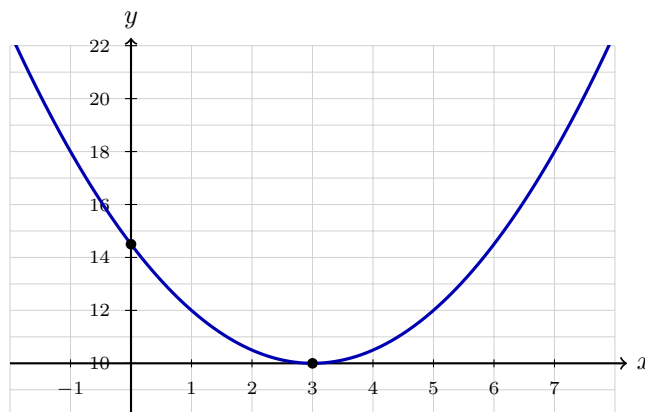
On admet que ses deux racines sont $-\frac{5}{2}$ et 2 .

1. Donner une forme factorisée de P .
2. Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$.
3. Établir le tableau de signes de P sur l'intervalle $[-5; 3]$.

Source bac : Sujet zéro 2 – exercice adapté

Exercice 27 [BAC] D'après Bac 2026 Lire les caractéristiques d'une parabole

La courbe $\mathcal{C}_f$ représente une fonction polynôme du second degré f .



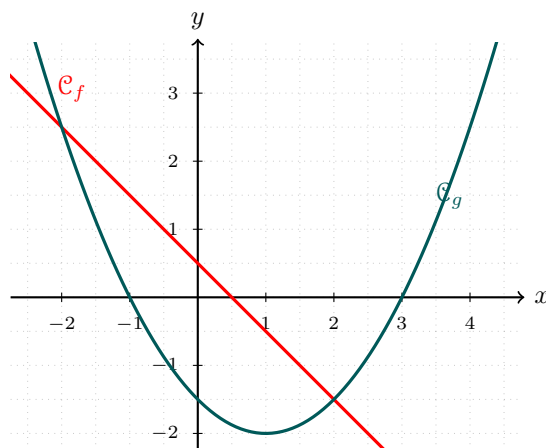
1. Lire les coordonnées du sommet de la parabole.
2. En déduire le minimum de f .
3. Lire $f(0)$, puis déterminer une expression de $f(x)$.
4. Parmi les points suivants, déterminer ceux qui appartiennent à la courbe :

$$A(-3; 10), \quad B(3; 10,5), \quad C(3; 10), \quad D(0; 14,5).$$

Source bac : Métropole 2026 – question adaptée et rendue graphique

Exercice 28 [BAC] D'après Bac 2026 Position relative : passer du graphique au calcul

Dans un repère, une fonction affine f et une fonction polynôme du second degré g ont été représentées.



On donne ensuite les expressions développées

$$f(x) = -x + \frac{1}{2}, \quad g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}.$$

1. Par lecture graphique, conjecturer les abscisses des points d'intersection des deux courbes et l'ensemble des solutions de $f(x) < g(x)$.
2. Calculer et réduire $g(x) - f(x)$.
3. Factoriser cette différence.
4. Retrouver par le calcul les abscisses des points d'intersection.
5. Retrouver par le calcul la solution de $f(x) < g(x)$.

Source bac : Asie 2026 – prolongement algébrique de la question graphique

Exercice 29 [BAC] D'après Bac 2026 Une affirmation avec un paramètre

Soit u un nombre réel. On considère l'équation

$$x^2 + x - u^2 = 0.$$

Affirmation : « Pour tout réel u , cette équation admet deux solutions réelles distinctes. »

L'affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – question adaptée

Thème XI**SAT / AP Calculus****Exercice 30 ★ SAT – Quadratic equation**

Source bac : College Board – Official SAT Practice Test #1 – Math, Module 2, Question 27. [Link](#)

Consider the equation

$$x^2 - 34x + c = 0,$$

where c is a constant.

The equation has no real solutions when $c > n$.

What is the least possible value of n ?

Exercice 31 ★ SAT – Minimum of a quadratic function

Source bac : adapted from College Board – Official SAT Practice Test #4 – Math, Module 2, Question 19.

A metal ball moves along a track. Its height above the ground, in inches, x seconds after it starts moving, is modeled by

$$f(x) = \frac{1}{9}(x - 7)^2 + 3.$$

What is the minimum value of $f(x)$?

- | | | |
|------|--|-------|
| A. 3 | | C. 9 |
| B. 7 | | D. 12 |

Exercice 32 ★★ SAT – One real solution

Source bac : College Board – Official SAT Practice Test #3 – Math, Module 2, Question 27.

Consider the equation

$$-9x^2 + 30x + c = 0,$$

where c is a constant.

The equation has exactly one real solution.

What is the value of c ?

- | | | |
|------|--|--------|
| A. 3 | | C. -25 |
| B. 0 | | D. -53 |

Thème XII

Now We Can Talk : pour aller plus loin

Exercice 33 ★ Équations bicarrées – changement de variable

Pour chacune des équations suivantes, on pose

$$X = x^2.$$

Résoudre d'abord l'équation du second degré obtenue en X , puis revenir à l'inconnue x .

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 1. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; | 4. $5x^4 - 2x^2 + 1 = 0$; |
| 2. $-2x^4 + 22x^2 - 36 = 0$; | 5. $3x^4 + 24x^2 + 45 = 0$; |
| 3. $x^4 + x^2 - 2 = 0$; | 6. $-2x^4 + 3x^2 + 1 = 0$. |

Exercice 34 ★★ Un autre changement de variable

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$x - 5\sqrt{x} + 6 = 0.$$

On pourra poser $X = \sqrt{x}$.

Exercice 35 ★ Somme et produit à rebours

Deux nombres réels ont pour somme 4 et pour produit -21 .

1. Expliquer pourquoi ces deux nombres sont les solutions de l'équation

$$x^2 - 4x - 21 = 0.$$

2. Factoriser $x^2 - 4x - 21$.
3. Déterminer les deux nombres.

Exercice 36 ★★ [EN] English Challenge From a cubic back to a quadratic

Consider

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12.$$

1. Check that 2 is a root of P .
2. Find real numbers a , b and c such that

$$P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c).$$

3. Factor the quadratic polynomial obtained.
4. Solve $P(x) = 0$.

Exercice 37 ★ Équation à paramètre : une racine double

Soit m un nombre réel non nul. On considère l'équation

$$(E_m): \quad mx^2 + x + 1 = 0.$$

Pour quelle valeur de m l'équation (E_m) admet-elle une solution double ?

Exercice 38 ★★ Équation à paramètre : nombre de solutions

Soit m un nombre réel. On considère l'équation

$$(E_m): \quad 2x^2 + x + m - 1 = 0.$$

1. Déterminer, en fonction de m , le discriminant Δ_m de l'équation (E_m) .
2. Selon les valeurs de m , déterminer le nombre de solutions réelles de (E_m) .

↩ Fin du TD ↪