

TD 1

Second degré

Version corrigée

Sommaire

I	Fonctions polynômes du second degré	2
II	Équations du second degré	5
III	Factoriser un trinôme : choisir une stratégie	6
IV	Signe d'un trinôme du second degré	8
V	Variations d'un trinôme	12
VI	À partir du graphique	14
VII	Applications	18
VIII	Bilan – Pour préparer le test	22
IX	Automatismes du chapitre – premier bilan	38
X	Extraits de sujets du Bac 2026	42
XI	SAT / AP Calculus	46
XII	Now We Can Talk : pour aller plus loin	49

Organisation du TD

- Les parties du TD suivent l'ordre du cours.
- Les exercices **[!] Bilan** ciblent les méthodes essentielles ; les parcours **[+] Consolidation** reprennent la même structure avec d'autres valeurs et les parcours **[*] Approfondissement** permettent d'aller plus loin.
- Les **[FLASH] Automatismes** et les exercices **[BAC] D'après Bac 2026** sont issus ou adaptés des sujets 2026 de l'épreuve anticipée.

Thème I

Fonctions polynômes du second degré

Exercice 1 **[!] Bilan** Forme canonique par complétion du carré

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

- Déterminer la forme canonique de f en complétant le carré.
- En déduire :
 - les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f ;
 - son axe de symétrie ;
 - le minimum de f sur $\mathbb{R}$.
- Dresser le tableau de variations de f .
- Résoudre l'équation $f(x) = 5$ sans utiliser le discriminant.



Corrigé

- On complète le carré :

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 6x + 5 \\ &= x^2 - 2 \times 3x + 9 - 9 + 5 \\ &= (x - 3)^2 - 4. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\boxed{f(x) = (x - 3)^2 - 4}.$$

- La forme canonique permet de lire le sommet :

$$\boxed{S(3; -4)}.$$

- L'axe de symétrie est la droite d'équation

$$\boxed{x = 3}.$$

- Pour tout réel x , $(x - 3)^2 \geq 0$, donc

$$f(x) \geq -4.$$

Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est donc

$$\boxed{-4}.$$

- La fonction f est décroissante sur $] -\infty; 3]$ puis croissante sur $[3; +\infty[$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f	$+\infty$	-4	$+\infty$

-

$$\begin{aligned} f(x) = 5 &\iff (x - 3)^2 - 4 = 5 \\ &\iff (x - 3)^2 = 9 \\ &\iff x - 3 = -3 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 3. \end{aligned}$$

Donc

$$\boxed{x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 6}.$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 2, page 3.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 3, page 4.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 2 **[+] Consolidation** Même travail, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 + 4x - 1.$$

- Déterminer la forme canonique de g en complétant le carré.
- En déduire :
 - les coordonnées du sommet de la parabole représentative de g ;
 - son axe de symétrie ;
 - le minimum de g sur $\mathbb{R}$.
- Dresser le tableau de variations de g .
- Résoudre l'équation $g(x) = -1$ sans utiliser le discriminant.

**Corrigé**

- On complète le carré :

$$\begin{aligned} g(x) &= x^2 + 4x - 1 \\ &= x^2 + 2 \times 2x + 4 - 4 - 1 \\ &= (x + 2)^2 - 5. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$g(x) = (x + 2)^2 - 5.$$

-

- Le sommet est

$$S(-2; -5).$$

- L'axe de symétrie est

$$x = -2.$$

- Le minimum de g sur $\mathbb{R}$ est

$$-5.$$

- La fonction g est décroissante sur $] -\infty; -2]$ puis croissante sur $[-2; +\infty[$.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
g	$+\infty$	-5	$+\infty$

-

$$\begin{aligned} g(x) = -1 &\iff (x + 2)^2 - 5 = -1 \\ &\iff (x + 2)^2 = 4 \\ &\iff x + 2 = -2 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 2. \end{aligned}$$

Donc

$$x = -4 \quad \text{ou} \quad x = 0.$$

Exercice 3 [*] Approfondissement Compléter le carré avec un coefficient devant x^2

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 2x^2 - 8x + 1.$$

- Déterminer la forme canonique de h en complétant le carré.
- En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de h et le minimum de h sur $\mathbb{R}$.
- Dresser le tableau de variations de h .
- Résoudre l'équation $h(x) = 1$ sans utiliser le discriminant.



Corrigé

- On factorise d'abord par 2 les termes contenant x :

$$\begin{aligned} h(x) &= 2(x^2 - 4x) + 1 \\ &= 2((x - 2)^2 - 4) + 1 \\ &= 2(x - 2)^2 - 7. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$h(x) = 2(x - 2)^2 - 7.$$

- Le sommet est

$$S(2; -7)$$

et, puisque $2(x - 2)^2 \geq 0$, le minimum de h sur $\mathbb{R}$ est

$$-7.$$

- La fonction h est décroissante sur $] -\infty; 2]$ puis croissante sur $[2; +\infty[$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
h	$+\infty$	-7	$+\infty$

-

$$\begin{aligned} h(x) = 1 &\iff 2(x - 2)^2 - 7 = 1 \\ &\iff 2(x - 2)^2 = 8 \\ &\iff (x - 2)^2 = 4 \\ &\iff x - 2 = -2 \quad \text{ou} \quad x - 2 = 2. \end{aligned}$$

Donc

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4.$$

Thème II

Équations du second degré

Exercice 4 Résolutions classiques du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes. On cherchera toujours une factorisation directe avant d'utiliser le discriminant.

1. $x^2 + 2x = 0$;
2. $x^2 - 5 = 0$;
3. $x^2 + 5 = 0$;
4. $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$;
5. $4x^2 + 20x + 25 = 0$;
6. $2x^2 = 3x + 1$;
7. $(x + 1)(5x^2 + 2x - 1) = 0$.
8. $x^2 + x + 1 = 0$.



Corrigé

1. $x(x + 2) = 0$, donc $\mathcal{S} = \{-2; 0\}$.

2. $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$, donc $\mathcal{S} = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.

3.

$$x^2 + 5 = 0 \iff x^2 = -5$$

Or pour tout réel x , le carré est positif ou nul, de ce fait cette équation n'admet pas de solutions réelles.

4. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$, donc $\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

5. $(2x + 5)^2 = 0$, donc $\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$.

6. $2x^2 - 3x - 1 = 0$. Son discriminant vaut 17, donc

$$\mathcal{S} = \left\{\frac{3 - \sqrt{17}}{4}; \frac{3 + \sqrt{17}}{4}\right\}.$$

7. Le premier facteur donne $x = -1$. Pour $5x^2 + 2x - 1 = 0$, $\Delta = 24$, d'où

$$\mathcal{S} = \left\{-1; \frac{-1 - \sqrt{6}}{5}; \frac{-1 + \sqrt{6}}{5}\right\}.$$

8. L'expression $(x^2 + 1x + 1)$ est une expression du second degré de la forme $(ax^2 + bx + c)$ avec

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \implies \Delta = -3 < 0$$

Le discriminant Δ étant strictement négatif, la fonction polynôme du second degré $x \mapsto (x^2 + 1x + 1)$ n'admet pas de racine réelle.

Thème III

Factoriser un trinôme : choisir une stratégie

Exercice 5 **[!]** Bilan Factoriser en choisissant sa méthode

Factoriser les expressions suivantes. La méthode n'est pas imposée. Lorsque cela est possible, privilégier la méthode qui vous paraît la plus rapide.

$$A(x) = x^2 - 5x + 6, \quad B(x) = 4x^2 - 12x + 9, \quad C(x) = 2x^2 + x - 3.$$

1. Factoriser $A(x)$.
2. Factoriser $B(x)$.
3. Factoriser $C(x)$.
4. Pour l'une des trois expressions, proposer une deuxième méthode de factorisation.



Corrigé

1. Pour $A(x) = x^2 - 5x + 6$, on peut chercher deux nombres dont la somme vaut 5 et le produit 6 : ce sont 2 et 3. Ainsi

$$A(x) = (x - 2)(x - 3).$$

On pouvait également calculer le discriminant.

2. On reconnaît une identité remarquable :

$$\begin{aligned} B(x) &= 4x^2 - 12x + 9 \\ &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \end{aligned}$$

$$B(x) = (2x - 3)^2.$$

3. Pour $C(x) = 2x^2 + x - 3$, on peut utiliser le discriminant :

$$\begin{aligned} \Delta &= 1^2 - 4 \times 2 \times (-3) \\ &= 25. \end{aligned}$$

Les racines sont

$$x_1 = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = -\frac{3}{2}.$$

Donc

$$C(x) = 2(x - 1) \left(x + \frac{3}{2} \right)$$

$$C(x) = (x - 1)(2x + 3).$$

4. Par exemple, pour A , le discriminant vaut

$$\Delta = 25 - 24 = 1.$$

On retrouve les racines 2 et 3, puis la factorisation

$$A(x) = (x - 2)(x - 3).$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 6, page 7.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 7, page 7.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 6 **[+]** Consolidation Même travail, autres valeurs

Factoriser les expressions suivantes. La méthode n'est pas imposée.

$$D(x) = x^2 - 7x + 10, \quad E(x) = 9x^2 + 12x + 4, \quad F(x) = 3x^2 - 5x - 2.$$

- Factoriser $D(x)$.
- Factoriser $E(x)$.
- Factoriser $F(x)$.
- Pour l'une des trois expressions, proposer une deuxième méthode de factorisation.

**Corrigé**

- Les nombres 2 et 5 ont pour somme 7 et pour produit 10, donc

$$D(x) = (x - 2)(x - 5).$$

- On reconnaît une identité remarquable :

$$E(x) = (3x + 2)^2.$$

- Pour $F(x) = 3x^2 - 5x - 2$,

$$\begin{aligned} \Delta &= (-5)^2 - 4 \times 3 \times (-2) \\ &= 49. \end{aligned}$$

Les racines sont 2 et $-\frac{1}{3}$, d'où

$$F(x) = (x - 2)(3x + 1).$$

- Par exemple, pour D , on peut aussi calculer

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 9,$$

puis retrouver les racines 2 et 5.

Exercice 7 **[*]** Approfondissement Choisir entre plusieurs stratégies

Pour chacune des expressions suivantes, déterminer si elle est factorisable sur $\mathbb{R}$. Lorsqu'elle l'est, la factoriser par la méthode de votre choix.

$$G(x) = 6x^2 - x - 2, \quad H(x) = 2x^2 + 4x + 5.$$

**Corrigé**

Pour G ,

$$\begin{aligned} \Delta &= (-1)^2 - 4 \times 6 \times (-2) \\ &= 49. \end{aligned}$$

Les racines sont $\frac{2}{3}$ et $-\frac{1}{2}$. Ainsi

$$G(x) = (3x - 2)(2x + 1).$$

Pour H ,

$$\begin{aligned} \Delta &= 4^2 - 4 \times 2 \times 5 \\ &= -24 < 0. \end{aligned}$$

Donc H n'a pas de racine réelle et n'est pas factorisable en produit de facteurs du premier degré sur $\mathbb{R}$.

Thème IV

Signe d'un trinôme du second degré

Exercice 8 Étudier le signe dans les trois cas

Pour chacune des fonctions suivantes, factoriser si cela est possible dans $\mathbb{R}$, puis résoudre l'inéquation demandée.

1. $f_1(x) = x^2 + x + 1$; résoudre $f_1(x) > 0$.
2. $f_2(x) = -x^2 + 4x + 1$; résoudre $f_2(x) > 0$.
3. $f_3(x) = -x^2 + 6x - 9$; résoudre $f_3(x) > 0$.



Corrigé

1. Pour $f_1(x) = x^2 + x + 1$,

$$\begin{aligned}\Delta &= 1^2 - 4 \times 1 \times 1 \\ &= -3 < 0.\end{aligned}$$

Le trinôme n'a donc aucune racine réelle. Comme son coefficient dominant $a = 1$ est positif, d'après le cours, f_1 est strictement positif sur $\mathbb{R}$.

$$\mathcal{S} = \mathbb{R}.$$

2. Pour $f_2(x) = -x^2 + 4x + 1$,

$$\begin{aligned}\Delta &= 4^2 - 4 \times (-1) \times 1 \\ &= 20.\end{aligned}$$

Les deux racines sont

$$x_1 = 2 - \sqrt{5} \quad \text{et} \quad x_2 = 2 + \sqrt{5}.$$

Comme $a = -1 < 0$, d'après le cours, f_2 est positif entre ses deux racines.

x	$-\infty$	$2 - \sqrt{5}$	$2 + \sqrt{5}$	$+\infty$	
$f_2(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Ainsi,

$$\mathcal{S} =]2 - \sqrt{5} ; 2 + \sqrt{5}[.$$

3. On reconnaît

$$f_3(x) = -(x - 3)^2.$$

Or pour tout réel x , le carré $(x - 3)^2$ est positif ou nul donc

$$f_3(x) = -(x - 3)^2 \leq 0$$

pour tout réel x , avec égalité seulement pour $x = 3$. L'inéquation $f_3(x) > 0$ n'a donc aucune solution :

$$\mathcal{S} = \emptyset.$$

Exercice 9 Inéquations

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $(I_1) : \frac{-2x^2 + 4x - 5}{-4x + 3} \geq 0.$

**Corrigé**

Le dénominateur s'annule pour

$$-4x + 3 = 0 \iff x = \frac{3}{4}.$$

Ainsi, $\frac{3}{4}$ est une valeur interdite.

Pour le numérateur $N(x) = -2x^2 + 4x - 5$,

$$\begin{aligned}\Delta &= 4^2 - 4 \times (-2) \times (-5) \\ &= -24 < 0.\end{aligned}$$

Comme son coefficient dominant vaut $-2 < 0$, d'après le cours,

$$N(x) < 0 \quad \text{pour tout } x \in \mathbb{R}.$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$-4x + 3$		0	
$N(x)$	-		-
$\frac{N(x)}{-4x + 3}$	-		+

Par conséquent,

$$\mathcal{S}_1 = \left] \frac{3}{4} ; +\infty \right[.$$

2. $(I_2) : \frac{-x^2 + 2x - 1}{(-4x + 3)^2} \geq 0.$

**Corrigé**

Le dénominateur s'annule pour $x = \frac{3}{4}$; cette valeur est interdite.

Le numérateur se factorise :

$$-x^2 + 2x - 1 = -(x - 1)^2.$$

Il est donc négatif ou nul sur $\mathbb{R}$ et s'annule seulement pour $x = 1$. Par ailleurs, $(-4x + 3)^2 > 0$ pour $x \neq \frac{3}{4}$.

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	1	$+\infty$
$(-4x + 3)^2$		0		
$-(x - 1)^2$	-		0	-
$\frac{-(x - 1)^2}{(-4x + 3)^2}$	-		0	-

On cherche un quotient positif ou nul. Il est nul uniquement pour $x = 1$.

$$\mathcal{S}_2 = \{1\}.$$

3. $(I_3) : 6x^2 < x + 1.$

**Corrigé**

On se ramène à l'étude du signe d'un trinôme :

$$6x^2 < x + 1 \iff 6x^2 - x - 1 < 0.$$

Pour $P(x) = 6x^2 - x - 1$,

$$\begin{aligned}\Delta &= (-1)^2 - 4 \times 6 \times (-1) \\ &= 25.\end{aligned}$$

Les racines sont

$$x_1 = -\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

Comme $a = 6 > 0$, d'après le cours, P est négatif entre ses deux racines.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$P(x)$	+	0	0	+

Ainsi,

$$\mathcal{S}_3 = \left] -\frac{1}{3} ; \frac{1}{2} \right[.$$

Exercice 10 Complément – Ensembles de définition

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1. $f(x) = \sqrt{-6 - x + x^2}$.

**Corrigé**

f est définie si et seulement si $(-6 - x + x^2 \geq 0)$.

Il faut résoudre cette inéquation.

L'expression $(x^2 - 1x - 6)$ est une expression du second degré de la forme $(ax^2 + bx + c)$. Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -6 \end{array} \right\} \implies \Delta = 25 > 0$$

Le discriminant Δ étant positif, la fonction polynôme du second degré $x \mapsto (x^2 - 1x - 6)$ admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{25}}{2} = 3$$

Puisque $a = 1 > 0$, d'après le cours, l'expression est positive à l'extérieur des racines et négative entre -2 et 3 donc :

$$D_f =]-\infty ; -2] \cup [3 ; +\infty[$$

2. $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - x - 12}}$.

**Corrigé**

g est définie si et seulement si $(x^2 - x - 12 > 0)$, attention ici le dénominateur ne doit pas être nul donc l'inégalité est stricte.

Il faut résoudre cette inéquation.

L'expression $(x^2 - 1x - 12)$ est une expression du second degré de la forme $(ax^2 + bx + c)$. Avec :

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -12 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 49 > 0$$

Le discriminant Δ étant positif, la fonction polynôme du second degré $x \mapsto (x^2 - 1x - 12)$ admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{49}}{2} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{49}}{2} = 4$$

Puisque $a = 1 > 0$, d'après le cours, l'expression est positive à l'extérieur des racines et négative entre -3 et 4 donc :

$$D_g =]-\infty; -3[\cup]4; +\infty[$$

3. $h(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2x^2 - 12x + 10}$.



Corrigé

h est définie si et seulement si $(2x^2 - 12x + 10 \neq 0)$.

Il faut résoudre cette équation.

L'expression $(2x^2 - 12x + 10)$ est une expression du second degré de la forme $(ax^2 + bx + c)$. Avec :

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -12 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 64 > 0$$

Le discriminant Δ étant positif, la fonction polynôme du second degré $x \mapsto (2x^2 - 12x + 10)$ admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{12 - \sqrt{64}}{4} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{12 + \sqrt{64}}{4} = 5$$

Donc :

$$D_h = \mathbb{R} \setminus \{1; 5\}$$

4. $i(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 10} + \sqrt{x}$.



Corrigé

i est définie si et seulement si :

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0 \\ \text{et} \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Il faut résoudre la première inéquation.

L'expression $(x^2 - 3x - 10)$ est une expression du second degré de la forme $(ax^2 + bx + c)$. Avec :

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -10 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 49 > 0$$

Le discriminant Δ étant positif, la fonction polynôme du second degré $x \mapsto (x^2 - 3x - 10)$ admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{49}}{2} = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{3 + \sqrt{49}}{2} = 5$$

Puisque $a = 1 > 0$, d'après le cours, l'expression est positive à l'extérieur des racines et négative entre -2 et 5

donc puisqu'il faut en plus que x soit positif d'après la 2e contraintes :

$$D_i = [5; +\infty[$$

Thème V

Variations d'un trinôme

Exercice 11 **[!]** Bilan Étudier directement les variations d'un trinôme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 3.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f .
2. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Donner le maximum de f sur $\mathbb{R}$.



Corrigé

On a $a = -2 < 0$. L'abscisse du sommet est

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{-4} = 2.$$

Puis

$$f(2) = -2 \times 2^2 + 8 \times 2 - 3 = 5.$$

Le sommet est donc $S(2; 5)$.

Comme $a = -2 < 0$, d'après le cours, f est croissante sur $] -\infty; 2]$ puis décroissante sur $[2; +\infty[$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	5	$-\infty$

Ainsi,

$$\max_{\mathbb{R}} f = 5.$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 12, page 12.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 13, page 13.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 12 **[+]** Consolidation Même travail, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 - 6x + 5.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de g .
2. Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
3. Donner le minimum de g sur $\mathbb{R}$.

**Corrigé**

On a $a = 1 > 0$. L'abscisse du sommet est

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2} = 3.$$

Puis

$$g(3) = 9 - 18 + 5 = -4.$$

Le sommet est donc $S(3; -4)$.

Comme $a = 1 > 0$, d'après le cours, g est décroissante sur $] -\infty ; 3]$ puis croissante sur $[3 ; +\infty[$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	-4	$+\infty$

Ainsi,

$$\min_{\mathbb{R}} g = -4.$$

Exercice 13 [*] **Approfondissement Variations sur un intervalle**

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 2x^2 - 12x + 11.$$

- Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de h .
- Dresser le tableau de variations de h sur $\mathbb{R}$.
- En déduire le minimum de h sur l'intervalle $[0 ; 5]$ et la valeur de x pour laquelle il est atteint.
- Déterminer le maximum de h sur $[0 ; 5]$.

**Corrigé**

On a $a = 2 > 0$ et

$$\alpha = -\frac{-12}{2 \times 2} = 3.$$

Puis

$$h(3) = 18 - 36 + 11 = -7.$$

Le sommet est $S(3; -7)$.

Comme $a = 2 > 0$, d'après le cours, h est décroissante sur $] -\infty ; 3]$ puis croissante sur $[3 ; +\infty[$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	-7	$+\infty$

Sur $[0 ; 5]$, le minimum est donc

$$\boxed{-7},$$

atteint pour $\boxed{x = 3}$.

Enfin,

$$h(0) = 11 \quad \text{et} \quad h(5) = 50 - 60 + 11 = 1.$$

Ainsi, sur $[0; 5]$,

$$\boxed{\max h = 11},$$

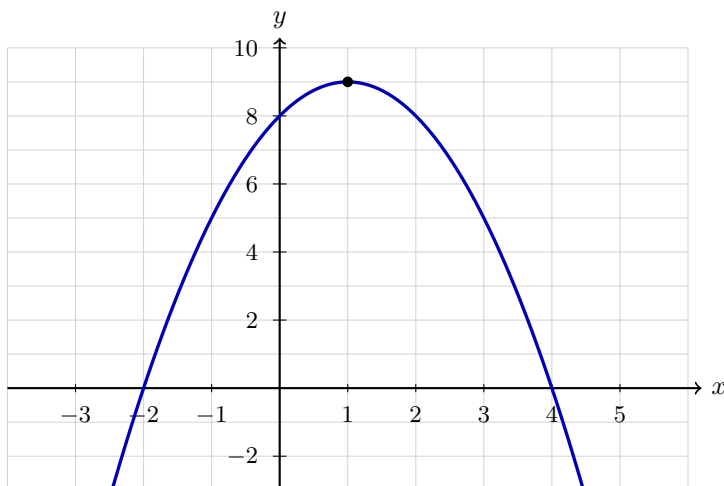
atteint pour $x = 0$.

Thème VI

À partir du graphique

Exercice 14 Lecture graphique d'une parabole

La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré f .



Par lecture graphique :

1. donner les racines de f ;
2. dresser le tableau de signes de f ;
3. donner les coordonnées du sommet et la valeur du maximum de f ;
4. dresser le tableau de variations de f ;
5. résoudre $f(x) \geq 5$.



Corrigé

1. La courbe coupe l'axe des abscisses en -2 et 4 :

$$\boxed{x = -2 \text{ ou } x = 4}.$$

2. Par lecture graphique, $\mathcal{C}_f$ est située sous l'axe des abscisses pour $x < -2$ et $x > 4$, et au-dessus entre les deux racines.

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

3. Le sommet est

$$\boxed{S(1; 9)},$$

et le maximum vaut $\boxed{9}$.

4. Par lecture graphique, f est croissante sur $] -\infty ; 1]$ puis décroissante sur $[1 ; +\infty[$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	9	$-\infty$

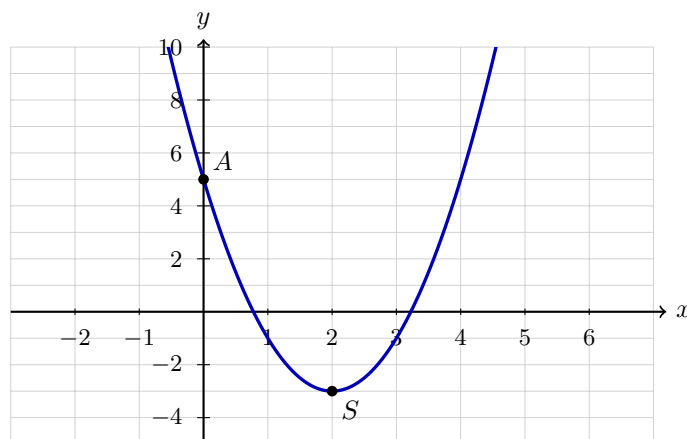


5. La droite d'équation $y = 5$ coupe la parabole aux abscisses -1 et 3 . Ainsi

$$\mathcal{S} = [-1 ; 3].$$

Exercice 15 Retrouver une expression à partir d'un graphique

La parabole $\mathcal{C}_f$ ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré f . Les points S et A appartiennent à la courbe.



1. Lire les coordonnées des points S et A .
2. Déterminer une expression de $f(x)$ à partir des informations lues sur le graphique. Justifier le choix de la forme utilisée.
3. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a , b et c de $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Corrigé

1. On lit

$$S(2; -3) \quad \text{et} \quad A(0; 5).$$

2. Le sommet étant connu, la forme canonique est la plus adaptée. On écrit

$$f(x) = a(x - 2)^2 - 3.$$

Comme $A(0; 5)$ appartient à $\mathcal{C}_f$,

$$5 = a(0 - 2)^2 - 3$$

$$8 = 4a$$

$$a = 2.$$

Ainsi

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 3.$$

- 3.

$$f(x) = 2(x^2 - 4x + 4) - 3$$

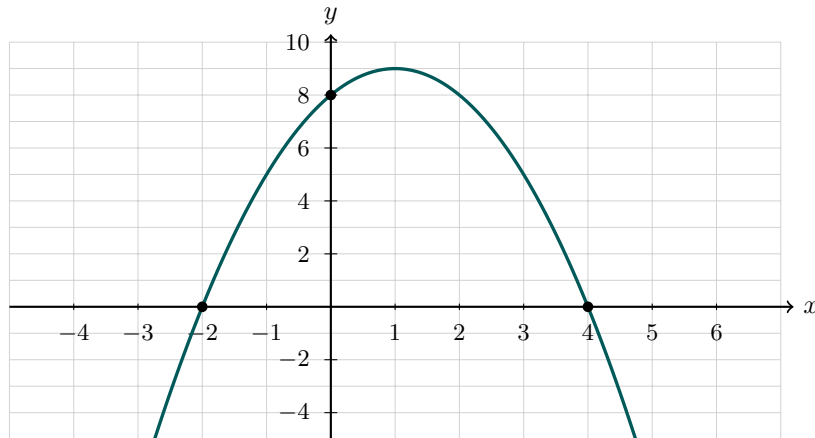
$$= 2x^2 - 8x + 5.$$

Donc

$$a = 2, \quad b = -8, \quad c = 5.$$

Exercice 16 Retrouver une expression à partir des zéros de la courbe

La courbe $\mathcal{C}_g$ ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré g .



1. Lire graphiquement les deux racines de g ainsi que la valeur de $g(0)$.
2. Déterminer une expression de $g(x)$ à partir de ces informations. Justifier le choix de la forme utilisée.
3. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a , b et c de $g(x) = ax^2 + bx + c$.



Corrigé

1. On lit

$$x_1 = -2, \quad x_2 = 4, \quad g(0) = 8.$$

2. Les deux racines étant connues, la forme factorisée est la plus adaptée. On écrit

$$g(x) = a(x + 2)(x - 4).$$

Comme $g(0) = 8$,

$$8 = a \times 2 \times (-4)$$

$$8 = -8a$$

$$a = -1.$$

Donc

$$g(x) = -(x + 2)(x - 4).$$

- 3.

$$\begin{aligned} g(x) &= -(x^2 - 2x - 8) \\ &= -x^2 + 2x + 8. \end{aligned}$$

Ainsi

$$a = -1, \quad b = 2, \quad c = 8.$$

Thème VII

Applications

Exercice 17 **[!] Bilan Bénéfice d'une entreprise**

Une entreprise produit q objets par jour, avec $q \in [0 ; 250]$. Son bénéfice journalier, en euros, est modélisé par

$$B(q) = -0,1q^2 + 25q - 1000.$$

1. Montrer que

$$B(q) = -0,1(q - 50)(q - 200).$$

2. Pour quelles productions le bénéfice est-il strictement positif ?

3. Montrer que

$$B(q) = -0,1(q - 125)^2 + 562,5.$$

4. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.

5. Pour chacune des questions précédentes, préciser quelle forme de B était la plus adaptée : développée, factorisée ou canonique.

**Corrigé**

1.

$$\begin{aligned} -0,1(q - 50)(q - 200) &= -0,1(q^2 - 250q + 10000) \\ &= -0,1q^2 + 25q - 1000 \\ &= B(q). \end{aligned}$$

Ainsi,

$$B(q) = -0,1(q - 50)(q - 200).$$

2. La forme factorisée donne directement les racines 50 et 200. Comme le coefficient dominant est négatif, $B(q) > 0$ entre les deux racines :

$$50 < q < 200.$$

3.

$$\begin{aligned} B(q) &= -0,1(q^2 - 250q) - 1000 \\ &= -0,1((q - 125)^2 - 15625) - 1000 \end{aligned}$$

$$B(q) = -0,1(q - 125)^2 + 562,5.$$

4. Puisque

$$-0,1(q - 125)^2 \leq 0,$$

on a

$$B(q) \leq 562,5.$$

Le bénéfice maximal est donc

$$562,5 \text{ euros},$$

obtenu pour

$$q = 125.$$

5. La forme factorisée est la plus efficace pour étudier le signe et donc la rentabilité. La forme canonique est la plus efficace pour déterminer le maximum. La forme développée est la forme initiale du modèle.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 18, page 19.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 19, page 19.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 18 **[+]** **Consolidation** **Même modèle de bénéfice, autres valeurs**

Une entreprise produit q objets par jour, avec $q \in [0; 150]$. Son bénéfice journalier, en euros, est modélisé par

$$C(q) = -0,2q^2 + 26q - 720.$$

1. Montrer que

$$C(q) = -0,2(q - 40)(q - 90).$$

2. Pour quelles productions le bénéfice est-il strictement positif ?

3. Montrer que

$$C(q) = -0,2(q - 65)^2 + 125.$$

4. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.

5. Pour chacune des questions précédentes, préciser quelle forme de C était la plus adaptée : développée, factorisée ou canonique.

**Corrigé**

1.

$$\begin{aligned} -0,2(q - 40)(q - 90) &= -0,2(q^2 - 130q + 3600) \\ &= -0,2q^2 + 26q - 720 \\ &= C(q). \end{aligned}$$

Donc

$$C(q) = -0,2(q - 40)(q - 90).$$

2. La forme factorisée donne les racines 40 et 90. Comme le coefficient dominant est négatif,

$$40 < q < 90.$$

3.

$$\begin{aligned} C(q) &= -0,2(q^2 - 130q) - 720 \\ &= -0,2((q - 65)^2 - 4225) - 720 \end{aligned}$$

$$C(q) = -0,2(q - 65)^2 + 125.$$

4. Comme $-0,2(q - 65)^2 \leq 0$,

$$C(q) \leq 125.$$

Le bénéfice maximal vaut donc

$$125 \text{ euros},$$

obtenu pour

$$q = 65.$$

5. La forme factorisée est adaptée à l'étude du signe ; la forme canonique au maximum ; la forme développée est la forme initiale du modèle.

Exercice 19 **[*]** **Approfondissement** **Position relative d'une droite et d'une parabole**

Dans un repère, on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation

$$y = x^2$$

et la droite $\mathcal{D}$ d'équation

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$

1. Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$.
2. Donner les coordonnées de ces deux points.
3. Étudier le signe de

$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$$

4. En déduire la position relative de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$.



Corrigé

1. Les intersections vérifient

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} &= 0. \end{aligned}$$

Or

$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = (x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right).$$

Donc

$$\boxed{x = -\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x = 1.}$$

2. Pour $x = -\frac{1}{2}$,

$$y = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Pour $x = 1$, $y = 1$. Les points sont donc

$$\boxed{A\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right) \quad \text{et} \quad B(1; 1).}$$

3. Le trinôme est positif à l'extérieur de ses racines et négatif entre elles :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$	$+$	0	$-$	0
	$+$		$+$	

4. La quantité

$$x^2 - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)$$

est la différence entre l'ordonnée de la parabole et celle de la droite.

Ainsi, $\mathcal{P}$ est strictement au-dessus de $\mathcal{D}$ pour

$$\boxed{x \in \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup]1; +\infty[}$$

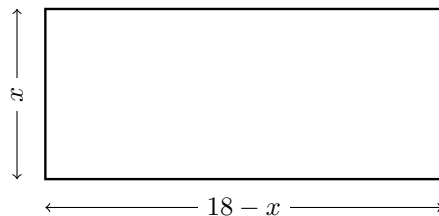
et strictement en dessous de $\mathcal{D}$ pour

$$\boxed{x \in \left]-\frac{1}{2}; 1\right[.}$$

Les deux courbes se coupent pour $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 1$.

Exercice 20 Complément – Un peu de géométrie : aire d'un rectangle

Un rectangle a un périmètre égal à 36 cm. On note x sa largeur ; sa longueur vaut donc $18 - x$.



1. Préciser l'intervalle des valeurs possibles de x .

2. Montrer que l'aire du rectangle est

$$A(x) = -x^2 + 18x.$$

3. Montrer que

$$A(x) = -(x - 9)^2 + 81.$$

4. Déterminer l'aire maximale et les dimensions du rectangle correspondant.

5. Résoudre $A(x) \geq 72$ et interpréter le résultat.



Corrigé

1. Les dimensions doivent être positives : $x \in]0 ; 18[$.

2. $A(x) = x(18 - x)$, donc $A(x) = -x^2 + 18x$.

3.

$$\begin{aligned} A(x) &= -(x^2 - 18x) \\ &= -((x - 9)^2 - 81) \end{aligned}$$

$$A(x) = -(x - 9)^2 + 81.$$

4. $A(x) \leq 81$. L'aire maximale vaut donc 81 cm^2 , pour $x = 9$: le rectangle est un carré de côté 9 cm.

5.

$$\begin{aligned} A(x) \geq 72 &\iff A(x) - 72 \geq 0 \\ &\iff -x^2 + 18x - 72 \geq 0 \\ &\iff -(x - 6)(x - 12) \geq 0. \end{aligned}$$

Le trinôme $-(x - 6)(x - 12)$ a pour racines 6 et 12 et son coefficient dominant est négatif. D'après le cours, il est positif ou nul entre ses racines.

Ainsi,

$$x \in [6 ; 12].$$

La largeur peut donc varier de 6 à 12 cm pour que l'aire soit au moins 72 cm^2 .

Thème VIII

Bilan – Pour préparer le test

Exercice 21 **[!]** Bilan Tout savoir faire à partir d'un trinôme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

1. Identifier les coefficients a , b et c .
2. Calculer le discriminant Δ .
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
4. En déduire la forme factorisée de f .
5. Dresser le tableau de signes de f .
6. Résoudre l'inéquation

$$f(x) \leq 0.$$

7. On définit la fonction g par

$$g(x) = \sqrt{f(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g .

8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{2x+1}{f(x)} > 0.$$

9. Donner, par complétion du carré, la forme canonique de f .
10. Donner les coordonnées du sommet de la parabole et son axe de symétrie.
11. Dresser le tableau de variations de f .
12. Donner le minimum de f sur $\mathbb{R}$.
13. Résoudre l'équation $f(x) = 6$ en choisissant la forme la plus adaptée.
14. En déduire la position relative de la parabole $\mathcal{C}_f$ et de la droite d d'équation $y = 6$.
15. Esquisser la représentation graphique de f en faisant apparaître les racines, le sommet et l'ordonnée à l'origine.
16. Sans calculer de discriminant, déterminer l'autre racine du trinôme

$$P(x) = 3x^2 - 7x - 6,$$

sachant que l'une de ses racines est 3.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 22, page 29.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 23, page 35.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.



Corrigé

1. La fonction f est définie par

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

En identifiant avec

$$ax^2 + bx + c,$$

on obtient

$$\boxed{a = 2, \quad b = -8, \quad c = 6}.$$

2. Le discriminant du trinôme est

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-8)^2 - 4 \times 2 \times 6 \\ &= 64 - 48 \\ &= 16.\end{aligned}$$

Ainsi,

$$\boxed{\Delta = 16}.$$

3. On cherche les solutions de

$$2x^2 - 8x + 6 = 0.$$

Comme

$$\Delta = 16 > 0,$$

d'après le cours, l'équation admet deux solutions réelles distinctes données par

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{8 - 4}{4} = 1, \\ x_2 &= \frac{8 + 4}{4} = 3.\end{aligned}$$

Par conséquent,

$$\boxed{\mathcal{S} = \{1 ; 3\}}.$$

4. D'après le cours, si un trinôme de coefficient dominant a admet deux racines x_1 et x_2 , alors il se factorise sous la forme

$$a(x - x_1)(x - x_2).$$

Ici,

$$a = 2, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3.$$

Donc

$$\boxed{f(x) = 2(x - 1)(x - 3)}.$$

5. Le trinôme f admet deux racines

$$1 < 3$$

et son coefficient dominant est

$$a = 2 > 0.$$

D'après le résultat du cours sur le signe d'un trinôme ayant deux racines, f est du signe de a , donc positif, à l'extérieur des racines et du signe opposé entre les deux racines.

On obtient :

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	0	+

6. D'après le tableau de signes précédent,

$$f(x) \leq 0$$

pour x compris entre les deux racines, celles-ci étant incluses puisque l'inégalité est large.

Ainsi,

$$\boxed{\mathcal{S} = [1 ; 3]}.$$

7. La fonction

$$g(x) = \sqrt{f(x)}$$

est définie si et seulement si l'expression située sous la racine carrée est positive ou nulle.

Ainsi,

$$x \in \mathcal{D}_g \iff f(x) \geq 0.$$

D'après le tableau de signes de f ,

$$f(x) \geq 0 \iff x \in]-\infty ; 1] \cup [3 ; +\infty[.$$

Par conséquent,

$$\mathcal{D}_g =]-\infty ; 1] \cup [3 ; +\infty[.$$

8. On veut résoudre

$$\frac{2x+1}{f(x)} > 0.$$

Le quotient est défini lorsque

$$f(x) \neq 0.$$

Or les racines de f sont 1 et 3. Ainsi,

$$x = 1 \text{ et } x = 3$$

sont les deux valeurs interdites.

Par ailleurs,

$$2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Le signe de f a déjà été déterminé à la question 5. Il suffit donc de croiser le signe de $2x + 1$ avec celui de $f(x)$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	3	$+\infty$	
$2x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$\frac{2x + 1}{f(x)}$	$-$	0	$+$	$-$	$+$	

On cherche les intervalles sur lesquels le quotient est strictement positif. Les zéros du numérateur ne sont donc pas retenus et les valeurs interdites sont exclues.

Ainsi,

$$\mathcal{S} =]-\frac{1}{2} ; 1[\cup]3 ; +\infty[.$$

9. On détermine la forme canonique par complétion du carré :

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 8x + 6 \\ &= 2(x^2 - 4x) + 6 \\ &= 2[(x-2)^2 - 4] + 6 \\ &= 2(x-2)^2 - 8 + 6 \end{aligned}$$

$$f(x) = 2(x-2)^2 - 2$$

Ainsi, la forme canonique de f est

$$f(x) = 2(x-2)^2 - 2.$$

10. La forme canonique est

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 2.$$

D'après le cours, pour une fonction écrite sous la forme

$$a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

le sommet de la parabole a pour coordonnées

$$S(\alpha ; \beta)$$

et son axe de symétrie est la droite d'équation

$$x = \alpha.$$

Ici,

$$\alpha = 2 \quad \text{et} \quad \beta = -2.$$

Donc

$$\boxed{S(2 ; -2)}$$

et l'axe de symétrie de la parabole est

$$\boxed{x = 2}.$$

11. La forme canonique est

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 2$$

avec

$$a = 2 > 0.$$

D'après le résultat du cours sur les variations d'une fonction polynôme du second degré lorsque $a > 0$, f est décroissante jusqu'à l'abscisse du sommet, puis croissante.

Ainsi, f est décroissante sur

$$]-\infty ; 2]$$

et croissante sur

$$[2 ; +\infty[.$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-2	$+\infty$

12. D'après le tableau de variations, la fonction f atteint son minimum pour

$$x = 2.$$

Ce minimum vaut

$$f(2) = -2.$$

Ainsi,

$$\boxed{\min_{\mathbb{R}} f = -2}$$

et ce minimum est atteint pour

$$\boxed{x = 2}.$$

13. On veut résoudre

$$f(x) = 6.$$

La forme développée est ici la plus adaptée :

$$2x^2 - 8x + 6 = 6$$

$$2x^2 - 8x = 0$$

$$2x(x - 4) = 0.$$

D'après la propriété du produit nul,

$$2x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0.$$

Donc

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4.$$

Ainsi,

$$\mathcal{S} = \{0 ; 4\}.$$

14. Pour étudier la position relative de la parabole $\mathcal{C}_f$ et de la droite d d'équation $y = 6$, on étudie le signe de

$$f(x) - 6.$$

En effet :

- si $f(x) - 6 > 0$, alors $f(x) > 6$ et $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de d ;
- si $f(x) - 6 < 0$, alors $f(x) < 6$ et $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de d .

Or,

$$\begin{aligned} f(x) - 6 &= 2x^2 - 8x + 6 - 6 \\ &= 2x^2 - 8x \\ &= 2x(x - 4). \end{aligned}$$

L'expression

$$2x(x - 4)$$

est un trinôme du second degré donné sous forme factorisée. Ses racines sont

$$0 \quad \text{et} \quad 4$$

et son coefficient dominant est

$$2 > 0.$$

D'après le résultat du cours sur le signe d'un trinôme, $f(x) - 6$ est donc positif à l'extérieur des racines et négatif entre les deux racines.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f(x) - 6$	+	0	-	0	+
Position de $\mathcal{C}_f / d$	$\mathcal{C}_f$ au-dessus	0	$\mathcal{C}_f$ au-dessous	0	$\mathcal{C}_f$ au-dessus

Ainsi :

- $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de d sur

$$]-\infty ; 0[\cup]4 ; +\infty[;$$

- $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de d sur

$$]0 ; 4[;$$

- $\mathcal{C}_f$ et d se coupent aux points d'abscisses 0 et 4.

15. D'après le cours, si x_1 et x_2 sont les racines du trinôme

$$ax^2 + bx + c,$$

alors

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Ici,

$$a = 2, \quad b = -8, \quad c = 6.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= -\frac{-8}{2} \\ &= 4,\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}x_1 x_2 &= \frac{6}{2} \\ &= 3.\end{aligned}$$

Donc

$$\boxed{x_1 + x_2 = 4} \quad \text{et} \quad \boxed{x_1 x_2 = 3}.$$

16. Pour construire la parabole $\mathcal{C}_f$, on utilise les résultats obtenus précédemment :

- $a = 2 > 0$, donc la parabole est tournée vers le haut ;
- les racines sont 1 et 3, donc $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses aux points $A(1 ; 0)$ et $B(3 ; 0)$;
- son sommet est

$$S(2 ; -2);$$

- son axe de symétrie est la droite d'équation

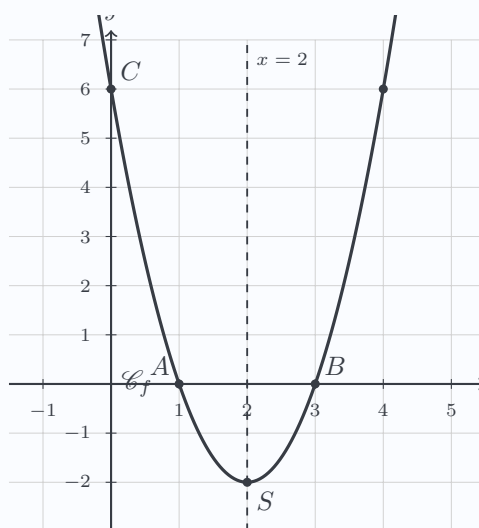
$$x = 2;$$

- enfin,

$$f(0) = 6,$$

donc $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point $C(0 ; 6)$.

On obtient alors la représentation suivante :



On vérifie graphiquement les propriétés obtenues précédemment : la parabole a bien pour axe de symétrie $x = 2$, elle coupe l'axe des abscisses en 1 et 3 et son minimum est -2 , atteint pour $x = 2$.

17. On sait que 3 est une racine du trinôme

$$P(x) = 3x^2 - 7x - 6.$$

Notons x_2 son autre racine.

D'après le cours, si x_1 et x_2 sont les deux racines d'un trinôme $ax^2 + bx + c$, alors

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Ici,

$$a = 3, \quad c = -6$$

et $x_1 = 3$. Ainsi,

$$3x_2 = \frac{-6}{3}$$

$$3x_2 = -2$$

$$x_2 = -\frac{2}{3}$$

L'autre racine de P est donc

$$-\frac{2}{3}.$$

Exercice 22 **[+]** Consolidation Même bilan, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^2 + 6x - 5.$$

1. Identifier les coefficients a , b et c .
2. Calculer le discriminant Δ .
3. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
4. En déduire la forme factorisée de g .
5. Dresser le tableau de signes de g .
6. Résoudre l'inéquation

$$g(x) \geq 0.$$

7. On définit la fonction h par

$$h(x) = \sqrt{g(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_h$ de h .

8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{3x-6}{g(x)} > 0.$$

9. Donner, par complétion du carré, la forme canonique de g .
10. Donner les coordonnées du sommet de la parabole et son axe de symétrie.
11. Dresser le tableau de variations de g .
12. Donner le maximum de g sur $\mathbb{R}$.
13. Résoudre l'équation $g(x) = -5$ en choisissant la forme la plus adaptée.
14. En déduire la position relative de la parabole $\mathcal{C}_g$ et de la droite d d'équation $y = -5$.
15. Esquisser la représentation graphique de g en faisant apparaître les racines, le sommet et l'ordonnée à l'origine.
16. On considère le trinôme

$$P(x) = 2x^2 + x - 6.$$

Sachant que -2 est une racine de P , déterminer l'autre racine sans calculer le discriminant, puis factoriser $P(x)$.

**Corrigé**

1. La fonction g est définie par

$$g(x) = -x^2 + 6x - 5.$$

En identifiant avec

$$ax^2 + bx + c,$$

on obtient

$$a = -1, \quad b = 6, \quad c = -5.$$

2. Le discriminant du trinôme est

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 6^2 - 4 \times (-1) \times (-5) \\ &= 36 - 20 \\ &= 16. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\Delta = 16.$$

3. On cherche les solutions de

$$-x^2 + 6x - 5 = 0.$$

Comme

$$\Delta = 16 > 0,$$

d'après le cours, l'équation admet deux solutions réelles distinctes données par

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Ainsi,

$$x_1 = \frac{-6 - 4}{-2} = 5,$$

$$x_2 = \frac{-6 + 4}{-2} = 1.$$

En ordonnant les deux racines,

$$\mathcal{S} = \{1 ; 5\}.$$

4. D'après le cours, si un trinôme de coefficient dominant a admet deux racines x_1 et x_2 , alors il se factorise sous la forme

$$a(x - x_1)(x - x_2).$$

Ici,

$$a = -1, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 5.$$

Donc

$$g(x) = -(x - 1)(x - 5).$$

5. Le trinôme g admet deux racines

$$1 < 5$$

et son coefficient dominant est

$$a = -1 < 0.$$

D'après le résultat du cours sur le signe d'un trinôme ayant deux racines, g est du signe de a , donc négatif, à l'extérieur des racines et du signe opposé entre les deux racines.

On obtient :

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

6. D'après le tableau de signes précédent,

$$g(x) \geq 0$$

pour x compris entre les deux racines.

Les racines sont incluses puisque l'inégalité est large.

Ainsi,

$$\mathcal{S} = [1 ; 5].$$

7. La fonction

$$h(x) = \sqrt{g(x)}$$

est définie si et seulement si l'expression située sous la racine carrée est positive ou nulle.

Ainsi,

$$x \in \mathcal{D}_h \iff g(x) \geq 0.$$

D'après le tableau de signes de g ,

$$g(x) \geq 0 \iff x \in [1 ; 5].$$

Par conséquent,

$$\mathcal{D}_h = [1 ; 5].$$

8. On veut résoudre

$$\frac{3x-6}{g(x)} > 0.$$

Le quotient est défini lorsque

$$g(x) \neq 0.$$

Or les racines de g sont 1 et 5. Ainsi,

$$x = 1 \text{ et } x = 5$$

sont les deux valeurs interdites.

Par ailleurs,

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Le signe de g a déjà été déterminé à la question 5. Il suffit donc de croiser le signe de $3x - 6$ avec celui de $g(x)$.

x	$-\infty$	1	2	5	$+\infty$	
$3x - 6$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{3x - 6}{g(x)}$	$+$	$-$	0	$+$	$-$	

On cherche les intervalles sur lesquels le quotient est strictement positif.

Le zéro du numérateur n'est donc pas retenu et les valeurs interdites 1 et 5 sont exclues.

Ainsi,

$$\mathcal{S} =]-\infty ; 1[\cup]2 ; 5[.$$

9. On détermine la forme canonique par complétion du carré :

$$\begin{aligned} g(x) &= -x^2 + 6x - 5 \\ &= -(x^2 - 6x) - 5 \\ &= -[(x-3)^2 - 9] - 5 \\ &= -(x-3)^2 + 9 - 5 \end{aligned}$$

$$g(x) = -(x-3)^2 + 4$$

Ainsi, la forme canonique de g est

$$g(x) = -(x-3)^2 + 4.$$

10. La forme canonique est

$$g(x) = -(x-3)^2 + 4.$$

D'après le cours, pour une fonction écrite sous la forme

$$a(x-\alpha)^2 + \beta,$$

le sommet de la parabole a pour coordonnées

$$S(\alpha ; \beta)$$

et son axe de symétrie est la droite d'équation

$$x = \alpha.$$

Ici,

$$\alpha = 3 \quad \text{et} \quad \beta = 4.$$

Donc

$$\boxed{S(3 ; 4)}$$

et l'axe de symétrie de la parabole est

$$\boxed{x = 3}.$$

11. La forme canonique est

$$g(x) = -(x - 3)^2 + 4$$

avec

$$a = -1 < 0.$$

D'après le résultat du cours sur les variations d'une fonction polynôme du second degré lorsque $a < 0$, g est croissante jusqu'à l'abscisse du sommet, puis décroissante.

Ainsi, g est croissante sur

$$]-\infty ; 3]$$

et décroissante sur

$$[3 ; +\infty[.$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
g	$-\infty$	4	$-\infty$

12. D'après le tableau de variations, la fonction g atteint son maximum pour

$$x = 3.$$

Ce maximum vaut

$$g(3) = 4.$$

Ainsi,

$$\boxed{\max_{\mathbb{R}} g = 4}$$

et ce maximum est atteint pour

$$\boxed{x = 3}.$$

13. On veut résoudre

$$g(x) = -5.$$

La forme développée est ici la plus adaptée :

$$-x^2 + 6x - 5 = -5$$

$$-x^2 + 6x = 0$$

$$-x(x - 6) = 0.$$

D'après la propriété du produit nul,

$$-x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 6 = 0.$$

Donc

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 6.$$

Ainsi,

$$\boxed{S = \{0 ; 6\}}.$$

14. Pour étudier la position relative de la parabole $\mathcal{C}_g$ et de la droite d d'équation $y = -5$, on étudie le signe de

$$g(x) - (-5) = g(x) + 5.$$

En effet :

- si $g(x) + 5 > 0$, alors $g(x) > -5$ et $\mathcal{C}_g$ est au-dessus de d ;
- si $g(x) + 5 < 0$, alors $g(x) < -5$ et $\mathcal{C}_g$ est au-dessous de d .

Or,

$$\begin{aligned} g(x) + 5 &= -x^2 + 6x - 5 + 5 \\ &= -x^2 + 6x \\ &= -x(x - 6). \end{aligned}$$

L'expression

$$-x(x - 6)$$

est un trinôme du second degré donné sous forme factorisée. Ses racines sont

$$0 \quad \text{et} \quad 6$$

et son coefficient dominant est

$$-1 < 0.$$

D'après le résultat du cours sur le signe d'un trinôme, $g(x) + 5$ est donc négatif à l'extérieur des racines et positif entre les deux racines.

x	$-\infty$	0	6	$+\infty$	
$g(x) + 5$	−	0	+	0	−
Position de $\mathcal{C}_g / d$	$\mathcal{C}_g$ au-dessous	0	$\mathcal{C}_g$ au-dessus	0	$\mathcal{C}_g$ au-dessous

Ainsi :

- $\mathcal{C}_g$ est au-dessous de d sur

$$]-\infty ; 0[\cup]6 ; +\infty[;$$

- $\mathcal{C}_g$ est au-dessus de d sur

$$]0 ; 6[;$$

- $\mathcal{C}_g$ et d se coupent aux points d'abscisses 0 et 6.

15. Pour construire la parabole $\mathcal{C}_g$, on utilise les résultats obtenus précédemment :

- $a = -1 < 0$, donc la parabole est tournée vers le bas ;
- les racines sont 0 et 6, donc $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des abscisses aux points $A(0 ; 0)$ et $B(6 ; 0)$;
- son sommet est

$$S(3 ; 4);$$

- son axe de symétrie est la droite d'équation

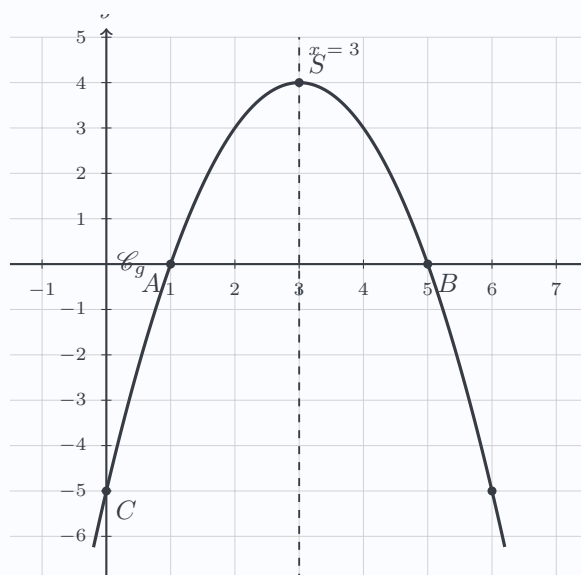
$$x = 3;$$

- enfin,

$$g(0) = -5,$$

donc $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des ordonnées au point $C(0 ; -5)$.

On obtient alors la représentation suivante :



On vérifie graphiquement les propriétés obtenues précédemment : la parabole a bien pour axe de symétrie $x = 3$, elle coupe l'axe des abscisses en 1 et 5 et son maximum est 4, atteint pour $x = 3$.

16. On considère

$$P(x) = 2x^2 + x - 6$$

et on sait que -2 est l'une de ses racines.

Notons x_2 l'autre racine.

D'après le cours, si x_1 et x_2 sont les deux racines d'un trinôme $ax^2 + bx + c$, alors

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Ici,

$$a = 2, \quad c = -6$$

et

$$x_1 = -2.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} -2x_2 &= \frac{-6}{2} \\ -2x_2 &= -3 \end{aligned}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{3}{2}}$$

L'autre racine de P est donc

$$\boxed{\frac{3}{2}}.$$

Puisque P a pour coefficient dominant 2 et pour racines -2 et $\frac{3}{2}$, d'après le cours,

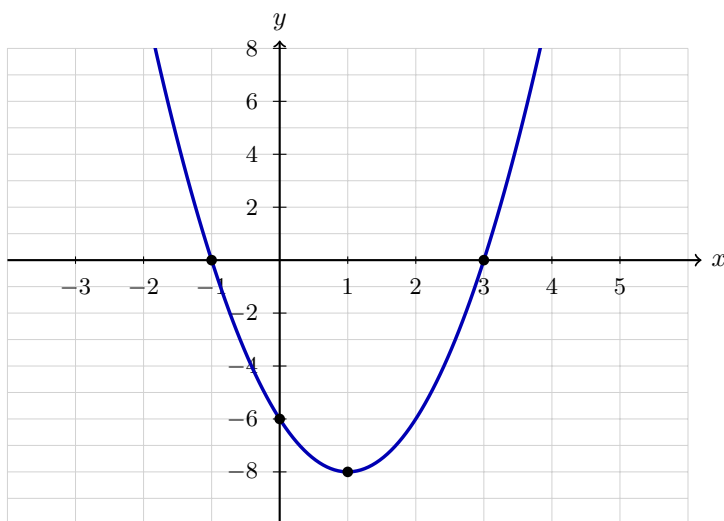
$$\begin{aligned} P(x) &= 2(x + 2) \left(x - \frac{3}{2} \right) \\ &= (x + 2)(2x - 3). \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\boxed{P(x) = (x + 2)(2x - 3)}.$$

Exercice 23 [!] **Bilan Retrouver a , b et c à partir d'un graphique**

La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré h . Toutes les informations nécessaires sont lisibles sur le graphique.



1. Lire les deux racines de h .
2. En déduire la forme factorisée de h .
3. Lire $h(0)$ sur le graphique et déterminer a .
4. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a , b et c de la forme développée.
5. Retrouver par le calcul les coordonnées du sommet.
6. Dresser le tableau de signes et le tableau de variations de h .

**Corrigé**

1. Les racines sont -1 et 3 .
2. Donc $h(x) = a(x + 1)(x - 3)$.
3. Le graphique donne $h(0) = -6$. Ainsi

$$\begin{aligned} -6 &= a \times 1 \times (-3) \\ a &= 2. \end{aligned}$$

Donc $h(x) = 2(x + 1)(x - 3)$.

- 4.
- $$\begin{aligned} h(x) &= 2(x^2 - 2x - 3) \\ &= 2x^2 - 4x - 6. \end{aligned}$$
- Ainsi $a = 2$, $b = -4$, $c = -6$.
5. L'axe est au milieu des racines : $x = 1$. Puis $h(1) = 2 \times 2 \times (-2) = -8$. Donc $S(1; -8)$.
6. Les racines sont $-1 < 3$ et le coefficient dominant vaut $a = 2 > 0$. D'après le cours, h est positif à l'extérieur des racines et négatif entre elles.

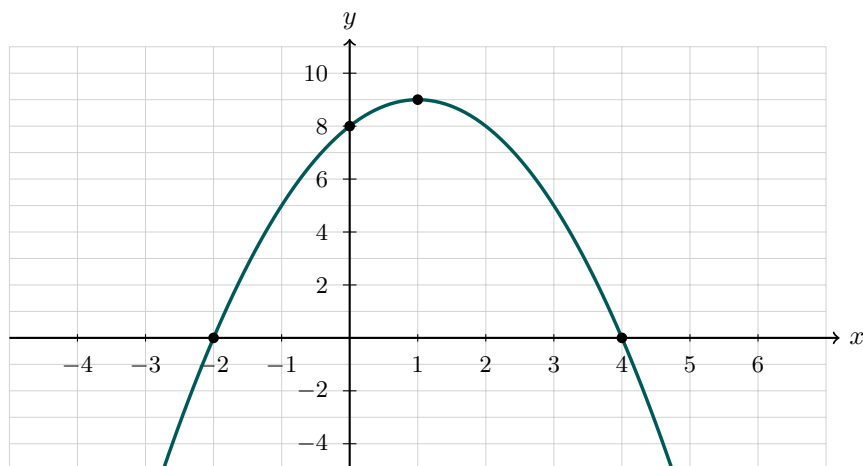
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$h(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Le sommet a pour abscisse 1 et $a > 0$. D'après le cours, h est décroissante sur $]-\infty; 1]$ puis croissante sur $[1; +\infty[$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	-8	$+\infty$

Exercice 24 **[+]** Consolidation Même lecture graphique, autres valeurs

La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré k .



1. Lire les deux racines de k .
2. En déduire la forme factorisée de k .
3. Lire $k(0)$ et déterminer a .
4. Développer et donner les coefficients a , b et c .
5. Retrouver par le calcul les coordonnées du sommet.
6. Dresser le tableau de signes et le tableau de variations de k .

**Corrigé**

1. Les racines sont -2 et 4 .

2. $k(x) = a(x+2)(x-4)$.

3. $k(0) = 8$, donc $8 = -8a$ et $a = -1$.

4.

$$k(x) = -(x+2)(x-4) = -x^2 + 2x + 8,$$

donc $a = -1$, $b = 2$, $c = 8$.

5. L'axe est $x = 1$ et $k(1) = 9$, donc $S(1; 9)$.

6. Les racines sont $-2 < 4$ et le coefficient dominant vaut $a = -1 < 0$. D'après le cours, k est négatif à l'extérieur des racines et positif entre elles.

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
$k(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Le sommet a pour abscisse 1 et $a < 0$. D'après le cours, k est croissante sur $]-\infty; 1]$ puis décroissante sur $[1; +\infty[$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$k(x)$	$-\infty$	9	$-\infty$

Thème IX

Automatismes du chapitre – premier bilan

Exercice 25 [FLASH] Automatismes Questions flash – Bac 2026

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – QCM, question 1

La forme développée de l'expression

$$(3x - 2)^2$$

est :

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) $9x^2 - 4$ | c) $9x^2 - 12x + 4$ |
| b) $3x^2 - 12x + 4$ | d) $6x - 4$ |



Corrigé

On utilise l'identité remarquable

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}(3x - 2)^2 &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 \\ &= 9x^2 - 12x + 4.\end{aligned}$$

Réponse c)

Question 2

Source bac : Première spécialité, Antilles-Guyane 2026 – QCM, question 1

Une forme factorisée de l'expression

$$9x^2 - \frac{1}{9}$$

est :

- | | |
|---|---|
| a) $(3x - \frac{1}{3})^2$ | c) $(9x - \frac{1}{3})^2$ |
| b) $(3x - \frac{1}{3})(3x + \frac{1}{3})$ | d) $(9x - \frac{1}{3})(9x + \frac{1}{3})$ |



Corrigé

On reconnaît une différence de deux carrés :

$$\begin{aligned}9x^2 - \frac{1}{9} &= (3x)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \left(3x - \frac{1}{3}\right)\left(3x + \frac{1}{3}\right).\end{aligned}$$

Réponse b)

Question 3

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – QCM, question 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 10.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

Un seul des quatre points ci-dessous appartient à la courbe $\mathcal{C}$. Lequel ?

- | | | |
|------------------|--|------------------|
| a) $A(-3 ; 10)$ | | c) $C(3 ; 10)$ |
| b) $B(3 ; 10,5)$ | | d) $D(0 ; 19,5)$ |



Corrigé

Pour $x = 3$, on obtient :

$$\begin{aligned} f(3) &= 0,5(3 - 3)^2 + 10 \\ &= 10. \end{aligned}$$

Ainsi,

$$f(3) = 10.$$

Le point $C(3 ; 10)$ appartient donc à la courbe $\mathcal{C}$.

Réponse c)

Question 4

Source bac : Première spécialité, Antilles-Guyane 2026 – QCM, question 5

On considère le tableau de signes d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Une expression possible de $f(x)$ est :

- | | | |
|----------------------------|--|----------------------------|
| a) $f(x) = (x + 3)(2 - x)$ | | c) $f(x) = (x - 2)(x + 3)$ |
| b) $f(x) = (x + 2)(x - 3)$ | | d) $f(x) = (x + 2)(x + 3)$ |



Corrigé

D'après le tableau de signes, la fonction f s'annule pour

$$x = -3 \quad \text{et} \quad x = 2.$$

Une expression factorisée de f doit donc faire apparaître les facteurs

$$x + 3 \quad \text{et} \quad x - 2.$$

De plus, f est positive à l'extérieur des racines et négative entre les deux racines.

L'expression

$$f(x) = (x - 2)(x + 3)$$

convient.

Réponse c)

Question 5

Source bac : Première spécialité, Métropole secours 2026 – QCM, question 9

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (2x - 4)(-x + 1)$$

admet pour tableau de signes :

a.				
x	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0

b.				
x	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

c.				
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

d.				
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0



Corrigé

On écrit

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x - 4)(-x + 1) \\ &= 2(x - 2)(-(x - 1)) \\ &= -2(x - 2)(x - 1). \end{aligned}$$

Les racines de f sont donc

1 et 2.

Le coefficient de x^2 est négatif. Ainsi, f est négative à l'extérieur des racines et positive entre les deux racines.

Réponse c)

Question 6

Source bac : Première spécialité, Polynésie 2026 – QCM, question 8

Quelle est la forme factorisée de l'expression

$$16x^2 - (x + 1)^2 ?$$

a) $(3x - 1)^2$

b) $(3x - 1)(5x + 1)$

c) $(15x - 1)^2$

d) $(15x - 1)(17x + 1)$



Corrigé

On reconnaît une différence de deux carrés :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

Ici,

$$16x^2 = (4x)^2.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} 16x^2 - (x + 1)^2 &= (4x)^2 - (x + 1)^2 \\ &= (4x - (x + 1))(4x + (x + 1)) \\ &= (3x - 1)(5x + 1). \end{aligned}$$

Réponse b)

Question 7

Source bac : Première spécialité, Asie 2026 – QCM, question 6

On a représenté ci-dessous une fonction affine f et une fonction polynôme du second degré g , définies sur $\mathbb{R}$. L'ensemble S des solutions de l'inéquation

$$f(x) < g(x)$$

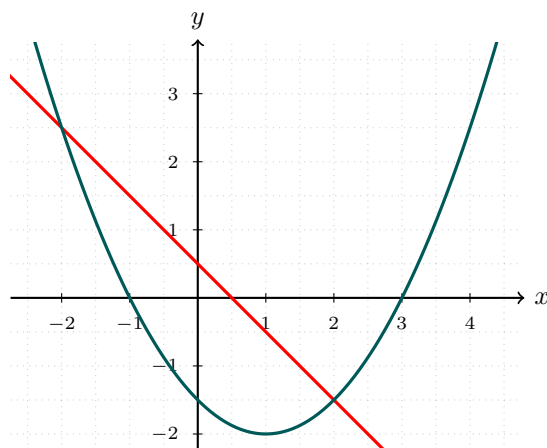
est :

a) $S =] - 2 ; 2[$

b) $S =] - \infty ; -2[\cup] 2 ; +\infty[$

c) $S =] - 1 ; 0,5[\cup] 3 ; +\infty[$

d) $S =] - 1 ; 3[$



Corrigé

Graphiquement, les courbes représentatives de f et g se coupent aux abscisses

$$-2 \quad \text{et} \quad 2.$$

Résoudre

$$f(x) < g(x)$$

revient à déterminer les abscisses pour lesquelles la courbe de f est strictement située en dessous de celle de g . D'après le graphique, cela se produit lorsque

$$x < -2 \quad \text{ou} \quad x > 2.$$

Ainsi,

$$S =] - \infty ; -2[\cup] 2 ; +\infty [.$$

Réponse b)

Question 8

Source bac : Première spécialité, sujet zéro 2 – QCM, question 10

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (3x - 15)(x + 2)$$

admet pour tableau de signes :

a.					b.					
x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+	-	0	+	0	-

c.					d.					
x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$	x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+	-	0	+	0	-



Corrigé

On factorise le premier facteur :

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x - 15)(x + 2) \\ &= 3(x - 5)(x + 2). \end{aligned}$$

Les racines sont donc

$$-2 \quad \text{et} \quad 5.$$

Le coefficient de x^2 est positif. La fonction f est donc positive à l'extérieur des racines et négative entre les deux racines.

Son tableau de signes est donc celui de la réponse a.

Réponse a)

Thème X

Extraits de sujets du Bac 2026



Épreuve du baccalauréat : SANS CALCULATRICE

À l'épreuve anticipée de mathématiques de Première, la calculatrice n'est pas autorisée. Les questions proposées ici sont donc conçues pour être traitées sans calculatrice.

Exercice 26 [BAC] D'après Bac 2026 Étude d'un trinôme dans un problème plus long

On considère le trinôme

$$P(x) = 2x^2 + x - 10.$$

On admet que ses deux racines sont $-\frac{5}{2}$ et 2.

1. Donner une forme factorisée de P .
2. Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$.
3. Établir le tableau de signes de P sur l'intervalle $[-5; 3]$.

Source bac : Sujet zéro 2 – exercice adapté



Corrigé

1.

$$P(x) = 2 \left(x + \frac{5}{2} \right) (x - 2) = (2x + 5)(x - 2).$$

2. L'axe est situé au milieu des racines :

$$\frac{-\frac{5}{2} + 2}{2} = -\frac{1}{4}.$$

Donc

$$x = -\frac{1}{4}.$$

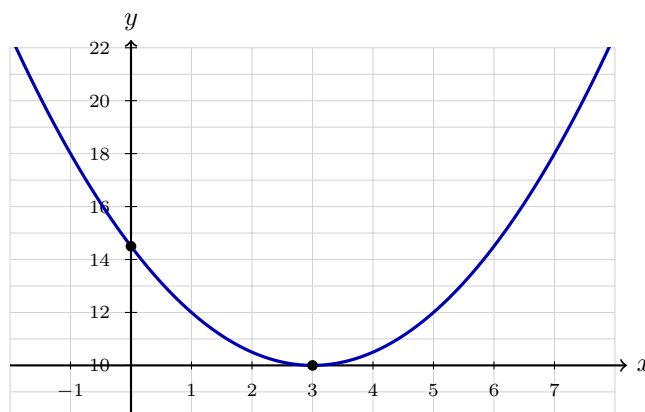
3. Les racines sont $-\frac{5}{2} < 2$ et le coefficient dominant vaut $a = 2 > 0$. D'après le cours, P est positif à l'extérieur des racines et négatif entre elles.

Sur l'intervalle $[-5; 3]$, on obtient :

x	-5	$-\frac{5}{2}$	2	3	
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Exercice 27 [BAC] D'après Bac 2026 Lire les caractéristiques d'une parabole

La courbe $\mathcal{C}_f$ représente une fonction polynôme du second degré f .



1. Lire les coordonnées du sommet de la parabole.
2. En déduire le minimum de f .
3. Lire $f(0)$, puis déterminer une expression de $f(x)$.
4. Parmi les points suivants, déterminer ceux qui appartiennent à la courbe :

$$A(-3; 10), \quad B(3; 10,5), \quad C(3; 10), \quad D(0; 14,5).$$

Source bac : Métropole 2026 – question adaptée et rendue graphique

**Corrigé**

1. On lit

$$S(3; 10).$$

2. La parabole est tournée vers le haut ; le minimum vaut donc

$$10.$$

3. On lit $f(0) = 14,5$. Le sommet étant connu, on choisit la forme canonique :

$$f(x) = a(x - 3)^2 + 10.$$

Puis

$$14,5 = 9a + 10$$

$$4,5 = 9a$$

$$a = 0,5.$$

Ainsi

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 10.$$

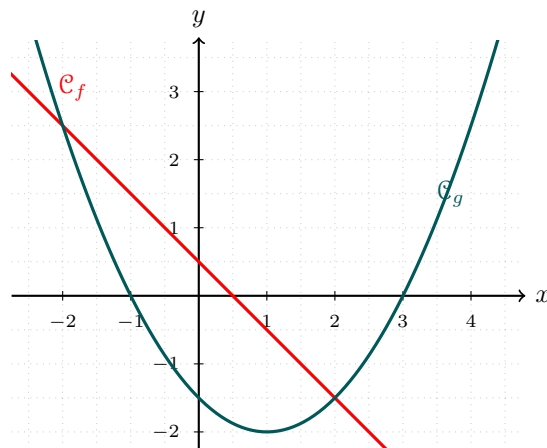
4. On obtient $f(3) = 10$ et $f(0) = 14,5$. Ainsi

$$C(3; 10) \quad \text{et} \quad D(0; 14,5)$$

appartiennent à la courbe.

Exercice 28 [BAC] D'après Bac 2026 Position relative : passer du graphique au calcul

Dans un repère, une fonction affine f et une fonction polynôme du second degré g ont été représentées.



On donne ensuite les expressions développées

$$f(x) = -x + \frac{1}{2}, \quad g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}.$$

1. Par lecture graphique, conjecturer les abscisses des points d'intersection des deux courbes et l'ensemble des solutions de $f(x) < g(x)$.
2. Calculer et réduire $g(x) - f(x)$.
3. Factoriser cette différence.
4. Retrouver par le calcul les abscisses des points d'intersection.
5. Retrouver par le calcul la solution de $f(x) < g(x)$.

Source bac : Asie 2026 – prolongement algébrique de la question graphique



Corrigé

1. Le graphique conduit à conjecturer

$$x = -2 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

pour les abscisses d'intersection, et

$$\mathcal{S} =] - \infty ; -2[\cup] 2 ; +\infty [$$

pour $f(x) < g(x)$.

- 2.

$$\begin{aligned} g(x) - f(x) &= \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} + x - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 2. \end{aligned}$$

- 3.

$$\frac{1}{2}x^2 - 2 = \frac{1}{2}(x+2)(x-2).$$

4. Les intersections correspondent à $g(x) - f(x) = 0$, donc

$$x = -2 \quad \text{ou} \quad x = 2.$$

5. $f(x) < g(x)$ équivaut à $g(x) - f(x) > 0$. Le coefficient dominant est positif, donc

$$\mathcal{S} =] - \infty ; -2[\cup] 2 ; +\infty [.$$

Exercice 29 [BAC] D'après Bac 2026 Une affirmation avec un paramètre

Soit u un nombre réel. On considère l'équation

$$x^2 + x - u^2 = 0.$$

Affirmation : « Pour tout réel u , cette équation admet deux solutions réelles distinctes. »

L'affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – question adaptée

**Corrigé**

Le discriminant de l'équation est

$$\begin{aligned}\Delta &= 1^2 - 4 \times 1 \times (-u^2) \\ &= 1 + 4u^2.\end{aligned}$$

Pour tout réel u , on a $u^2 \geq 0$, donc

$$\Delta = 1 + 4u^2 \geq 1 > 0.$$

L'équation admet donc toujours deux solutions réelles distinctes.

L'affirmation est vraie.

Thème XI**SAT / AP Calculus****Exercice 30 ★ SAT – Quadratic equation**

Source bac : College Board – Official SAT Practice Test #1 – Math, Module 2, Question 27. [Link](#)

Consider the equation

$$x^2 - 34x + c = 0,$$

where c is a constant.

The equation has no real solutions when $c > n$.

What is the least possible value of n ?

**Corrigé**

For the quadratic equation

$$x^2 - 34x + c = 0,$$

the discriminant is

$$\begin{aligned}\Delta &= (-34)^2 - 4 \times 1 \times c \\ &= 1156 - 4c.\end{aligned}$$

The equation has no real solutions if and only if

$$\Delta < 0.$$

Thus,

$$\begin{aligned}1156 - 4c &< 0 \\ -4c &< -1156 \\ c &> 289.\end{aligned}$$

Therefore, the least possible value of n is

289.

Exercice 31 ★ **SAT – Minimum of a quadratic function**

Source bac : adapted from College Board – Official SAT Practice Test #4 – Math, Module 2, Question 19.

A metal ball moves along a track. Its height above the ground, in inches, x seconds after it starts moving, is modeled by

$$f(x) = \frac{1}{9}(x - 7)^2 + 3.$$

What is the minimum value of $f(x)$?

- | | | |
|------|--|-------|
| A. 3 | | C. 9 |
| B. 7 | | D. 12 |

**Corrigé**

The function is written in vertex form :

$$f(x) = \frac{1}{9}(x - 7)^2 + 3.$$

For every real number x ,

$$(x - 7)^2 \geq 0.$$

Since $\frac{1}{9} > 0$, we have

$$\begin{aligned} \frac{1}{9}(x - 7)^2 &\geq 0 \\ f(x) &\geq 3. \end{aligned}$$

Moreover,

$$f(7) = 3.$$

Therefore, the minimum value of f is

$$\boxed{3}.$$

Hence,

$$\boxed{\text{Answer A}}.$$

Exercice 32 ★★ **SAT – One real solution**

Source bac : College Board – Official SAT Practice Test #3 – Math, Module 2, Question 27.

Consider the equation

$$-9x^2 + 30x + c = 0,$$

where c is a constant.

The equation has exactly one real solution.

What is the value of c ?

- | | | |
|------|--|--------|
| A. 3 | | C. -25 |
| B. 0 | | D. -53 |

**Corrigé**

The equation has exactly one real solution if and only if its discriminant is equal to zero.

Here,

$$a = -9, \quad b = 30, \quad c = c.$$

Therefore,

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 30^2 - 4 \times (-9) \times c \\ &= 900 + 36c. \end{aligned}$$

Since the equation has exactly one real solution,

$$\Delta = 0$$

$$900 + 36c = 0$$

$$36c = -900$$

$$c = -25$$

Hence,

Answer C.

Thème XII

Now We Can Talk : pour aller plus loin

Exercice 33 ★ Équations bicarrées – changement de variable

Pour chacune des équations suivantes, on pose

$$X = x^2.$$

Résoudre d'abord l'équation du second degré obtenue en X , puis revenir à l'inconnue x .

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0;$ | 4. $5x^4 - 2x^2 + 1 = 0;$ |
| 2. $-2x^4 + 22x^2 - 36 = 0;$ | 5. $3x^4 + 24x^2 + 45 = 0;$ |
| 3. $x^4 + x^2 - 2 = 0;$ | 6. $-2x^4 + 3x^2 + 1 = 0.$ |



Corrigé

On pose $X = x^2$. Il faut garder à l'esprit que $X \geq 0$.

1.

$$\begin{aligned} X^2 - 5X + 4 &= 0 \\ (X - 1)(X - 4) &= 0. \end{aligned}$$

Ainsi $X = 1$ ou $X = 4$, d'où

$$\mathcal{S} = \{-2; -1; 1; 2\}.$$

2.

$$\begin{aligned} -2X^2 + 22X - 36 &= 0 \\ X^2 - 11X + 18 &= 0 \\ (X - 2)(X - 9) &= 0. \end{aligned}$$

Donc $X = 2$ ou $X = 9$, et

$$\mathcal{S} = \{-3; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; 3\}.$$

3.

$$\begin{aligned} X^2 + X - 2 &= 0 \\ (X + 2)(X - 1) &= 0. \end{aligned}$$

La solution $X = -2$ est impossible puisque $X = x^2 \geq 0$. Il reste $X = 1$, donc

$$\mathcal{S} = \{-1; 1\}.$$

4. Le discriminant de $5X^2 - 2X + 1$ vaut

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 5 \times 1 = -16 < 0.$$

Il n'existe donc aucun réel X , et

$$\mathcal{S} = \emptyset.$$

5.

$$3X^2 + 24X + 45 = 3(X + 3)(X + 5).$$

Les deux solutions en X sont négatives. Elles ne peuvent pas être égales à x^2 . Ainsi

$$\mathcal{S} = \emptyset.$$

6.

$$\begin{aligned} -2X^2 + 3X + 1 &= 0 \\ 2X^2 - 3X - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Le discriminant vaut 17, donc

$$X = \frac{3 - \sqrt{17}}{4} \quad \text{ou} \quad X = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}.$$

La première valeur est négative. Il reste

$$X = \frac{3 + \sqrt{17}}{4},$$

d'où

$$\mathcal{S} = \left\{ -\sqrt{\frac{3 + \sqrt{17}}{4}}; \sqrt{\frac{3 + \sqrt{17}}{4}} \right\}.$$

Exercice 34 ★★ Un autre changement de variable

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$x - 5\sqrt{x} + 6 = 0.$$

On pourra poser $X = \sqrt{x}$.



Corrigé

La présence de $\sqrt{x}$ impose d'abord

$$x \geq 0.$$

On pose

$$X = \sqrt{x}.$$

Alors $X \geq 0$ et $x = X^2$. L'équation devient

$$\begin{aligned} X^2 - 5X + 6 &= 0 \\ (X - 2)(X - 3) &= 0. \end{aligned}$$

Ainsi $X = 2$ ou $X = 3$. Comme $x = X^2$, on obtient

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = 9.$$

Les deux valeurs conviennent, donc

$$\mathcal{S} = \{4; 9\}.$$

Exercice 35 ★ Somme et produit à rebours

Deux nombres réels ont pour somme 4 et pour produit -21 .

1. Expliquer pourquoi ces deux nombres sont les solutions de l'équation

$$x^2 - 4x - 21 = 0.$$

2. Factoriser $x^2 - 4x - 21$.

3. Déterminer les deux nombres.



Corrigé

1. Si les deux nombres sont x_1 et x_2 , alors

$$x_1 + x_2 = 4 \quad \text{et} \quad x_1 x_2 = -21.$$

Le trinôme ayant pour racines x_1 et x_2 est donc

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2,$$

soit

$$x^2 - 4x - 21.$$

2. On cherche deux nombres de somme 4 et de produit -21 . Ce sont 7 et -3 . Donc

$$x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3).$$

3. Les deux nombres sont

$$-3 \text{ et } 7.$$

Exercice 36 ★★ [EN] English Challenge From a cubic back to a quadratic

Consider

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12.$$

1. Check that 2 is a root of P .
2. Find real numbers a , b and c such that

$$P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c).$$

3. Factor the quadratic polynomial obtained.
4. Solve $P(x) = 0$.



Corrigé

1.

$$P(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 - 8 \times 2 + 12 = 16 - 12 - 16 + 12 = 0.$$

Thus

$$2 \text{ is a root of } P.$$

2. We write

$$P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c).$$

Expanding,

$$(x - 2)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + (b - 2a)x^2 + (c - 2b)x - 2c.$$

Comparing coefficients with

$$2x^3 - 3x^2 - 8x + 12,$$

we obtain

$$a = 2, \quad b = 1, \quad c = -6.$$

Hence

$$P(x) = (x - 2)(2x^2 + x - 6).$$

3.

$$2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2).$$

4. Therefore

$$P(x) = (x - 2)(2x - 3)(x + 2).$$

Thus

$$\mathcal{S} = \left\{ -2; \frac{3}{2}; 2 \right\}.$$

Exercice 37 ★ Équation à paramètre : une racine double

Soit m un nombre réel non nul. On considère l'équation

$$(E_m): \quad mx^2 + x + 1 = 0.$$

Pour quelle valeur de m l'équation (E_m) admet-elle une solution double ?

**Corrigé**

Puisque $m \neq 0$, l'équation (E_m) est bien une équation du second degré. Son discriminant vaut

$$\begin{aligned}\Delta_m &= 1^2 - 4 \times m \times 1 \\ &= 1 - 4m.\end{aligned}$$

L'équation admet une solution double si et seulement si $\Delta_m = 0$. Ainsi

$$\begin{aligned}1 - 4m &= 0 \\ 4m &= 1\end{aligned}$$

$$\boxed{m = \frac{1}{4}}.$$

Pour $m = \frac{1}{4}$, la solution double est

$$x_0 = -\frac{1}{2m} = -2.$$

Exercice 38**Équation à paramètre : nombre de solutions**

Soit m un nombre réel. On considère l'équation

$$(E_m): \quad 2x^2 + x + m - 1 = 0.$$

- Déterminer, en fonction de m , le discriminant Δ_m de l'équation (E_m) .
- Selon les valeurs de m , déterminer le nombre de solutions réelles de (E_m) .

**Corrigé**

- Le discriminant vaut

$$\begin{aligned}\Delta_m &= 1^2 - 4 \times 2 \times (m - 1) \\ &= 1 - 8m + 8\end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta_m = 9 - 8m}.$$

- On étudie le signe de $\Delta_m = 9 - 8m$.

$$\begin{aligned}\Delta_m > 0 &\iff 9 - 8m > 0 \\ &\iff m < \frac{9}{8}.\end{aligned}$$

De même,

$$\Delta_m = 0 \iff m = \frac{9}{8}, \quad \Delta_m < 0 \iff m > \frac{9}{8}.$$

Ainsi :

- si $m < \frac{9}{8}$, l'équation (E_m) admet deux solutions réelles distinctes ;
- si $m = \frac{9}{8}$, elle admet une solution réelle double ;
- si $m > \frac{9}{8}$, elle n'admet aucune solution réelle.

↵ Fin du TD ↗