

COURS

Chapitre 2

Évolutions, pourcentages et coefficients multiplicateurs

Version professeur

**Fil directeur du chapitre**

Savoir passer d'un pourcentage à un coefficient multiplicateur, composer plusieurs évolutions, retrouver une évolution réciproque et calculer un taux moyen.

Sommaire du chapitre

I	Proportions et pourcentages	1
II	Taux d'évolution et coefficient multiplicateur	2
III	Évolutions successives	3
IV	Évolution réciproque	4
V	Taux moyen	5
VI	Bilan : choisir le bon coefficient	5

**Objectifs du chapitre**

Dans ce chapitre, on apprend à :

- calculer un pourcentage d'une quantité et retrouver une quantité totale ;
- traduire une hausse ou une baisse par un coefficient multiplicateur ;
- passer d'un coefficient multiplicateur à un taux d'évolution ;
- composer plusieurs évolutions successives ;
- déterminer un taux réciproque ;
- calculer un taux moyen sur plusieurs périodes ;
- reconnaître les pièges classiques des automatismes de l'épreuve anticipée.

I Proportions et pourcentages



Proportion et pourcentage

Si une partie contient p éléments dans un ensemble de N éléments, alors sa proportion est

$$\frac{p}{N}.$$

Pour l'exprimer en pourcentage, on multiplie par 100 :

$$\text{pourcentage} = \frac{p}{N} \times 100.$$



Calculer une partie à partir d'un pourcentage

Calculer $t\%$ d'une quantité Q , c'est calculer :

$$\frac{t}{100} \times Q.$$



Exemple guidé

Dans une boîte de 80 chocolats, 35% sont des chocolats noirs. Combien y a-t-il de chocolats noirs ?

$$\frac{35}{100} \times 80 = 0,35 \times 80 = 28.$$

Il y a donc 28 chocolats noirs.



Retrouver le total à partir d'une proportion

Si p représente $t\%$ d'une quantité totale N , alors :

$$p = \frac{t}{100} \times N.$$

On peut donc retrouver N en divisant par $\frac{t}{100}$.



Exemple guidé

Dans un lycée, 45 élèves étudient l'italien, ce qui représente 12% des élèves du lycée. Combien y a-t-il d'élèves dans ce lycée ?

On note N le nombre total d'élèves. On a :

$$45 = \frac{12}{100} \times N.$$

Donc :

$$N = \frac{45}{0,12} = 375.$$

Il y a donc 375 élèves dans ce lycée.

II Taux d'évolution et coefficient multiplicateur



Taux d'évolution

Lorsqu'une quantité passe d'une valeur initiale V_i à une valeur finale V_f , le taux d'évolution est :

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}.$$

Si $t > 0$, il s'agit d'une hausse. Si $t < 0$, il s'agit d'une baisse.



Coefficient multiplicateur

Une évolution de taux t correspond au coefficient multiplicateur :

$$CM = 1 + t.$$

Lorsque le taux est donné en pourcentage, il faut d'abord le convertir en écriture décimale.

On a alors les relations fondamentales :

$$\boxed{V_f = V_i \times CM = V_i(1 + t)} \quad \text{et} \quad \boxed{V_i = \frac{V_f}{CM} = \frac{V_f}{1 + t}}.$$

Réciproquement, lorsque $V_i \neq 0$:

$$\boxed{CM = \frac{V_f}{V_i}} \quad \text{et} \quad \boxed{t = CM - 1}.$$

Évolution	Taux décimal	Coefficient multiplicateur
Hausse de 15 %	+0,15	1,15
Baisse de 15 %	-0,15	0,85
Hausse de 2,3 %	+0,023	1,023
Baisse de 2,3 %	-0,023	0,977



Exemple guidé

Un article coûtant 120 euros augmente de 15 %.

1. Donner le coefficient multiplicateur associé.
2. Calculer le nouveau prix.

Une hausse de 15 % correspond au coefficient multiplicateur :

$$1 + 0,15 = 1,15.$$

Le nouveau prix est donc :

$$120 \times 1,15 = 138.$$

L'article coûte désormais 138 euros.



Automatisme fréquent

Multiplier par 0,84 ne signifie pas une baisse de 84 %, mais une baisse de :

$$1 - 0,84 = 0,16 = 16 \%.$$

III Évolutions successives



Composer plusieurs évolutions

Pour enchaîner plusieurs évolutions, on multiplie les coefficients multiplicateurs. Si une quantité subit deux évolutions de coefficients CM_1 et CM_2 , alors :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2.$$



Exemple guidé – un piège classique

Un prix augmente de 20 %, puis diminue de 20 %. Le prix final est-il égal au prix de départ ?

Une hausse de 20 % correspond à un coefficient multiplicateur 1,20. Une baisse de 20 % correspond à un coefficient multiplicateur 0,80. Donc :

$$CM_{\text{global}} = 1,20 \times 0,80 = 0,96.$$

Le prix final représente donc 96 % du prix initial. Il est inférieur au prix de départ.



Exemple guidé – extrait d'automatisme

Le taux d'évolution équivalent à une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % est-il -30 % ?

Les coefficients multiplicateurs sont :

$$0,90 \quad \text{et} \quad 0,80.$$

Donc :

$$CM_{\text{global}} = 0,90 \times 0,80 = 0,72.$$

Le prix final représente 72 % du prix initial. La baisse globale est donc :

$$100 \% - 72 \% = 28 \%.$$

Le taux équivalent est -28 %, et non -30 %.

IV Évolution réciproque



Coefficient réciproque

Revenir à la valeur initiale revient à multiplier par le coefficient inverse :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}.$$

Le taux réciproque est alors :

$$t_{\text{réciproque}} = CM_{\text{réciproque}} - 1.$$



Exemple guidé

Un prix a augmenté de 25 %. Quel pourcentage de baisse faut-il appliquer au nouveau prix pour revenir au prix initial ?

Une hausse de 25 % correspond à :

$$CM = 1,25.$$

Le coefficient réciproque est :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1,25} = 0,8.$$

Multiplier par 0,8 correspond à une baisse de 20 %. Il faut donc appliquer une baisse de 20 % au nouveau prix.

**Attention**

Une hausse de 25 % n'est pas annulée par une baisse de 25 %. Les pourcentages ne s'appliquent pas à la même valeur de référence.

v Taux moyen**Taux moyen annuel**

Si une quantité positive est multipliée par un coefficient global $CM_{\text{global}} > 0$ en n périodes, alors le coefficient multiplicateur moyen par période est l'unique nombre positif CM_m tel que :

$$CM_m^n = CM_{\text{global}}.$$

Ainsi :

$$CM_m = \sqrt[n]{CM_{\text{global}}}.$$

Le taux moyen est :

$$t_m = CM_m - 1.$$

**Exemple guidé**

Une population passe de 5000 à 6655 habitants en 3 ans. Déterminer le taux moyen annuel d'évolution. Le coefficient global est :

$$CM_{\text{global}} = \frac{6655}{5000} = 1,331.$$

On cherche le coefficient moyen annuel CM_m tel que :

$$CM_m^3 = 1,331.$$

Or :

$$1,10^3 = 1,331.$$

Donc $CM_m = 1,10$, ce qui correspond à une hausse moyenne de 10 % par an.

vi Bilan : choisir le bon coefficient**À retenir**

- Calculer $t\%$ d'une quantité Q revient à calculer $\frac{t}{100} \times Q$.
- Une hausse de $t\%$ correspond au coefficient multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$.
- Une baisse de $t\%$ correspond au coefficient multiplicateur $1 - \frac{t}{100}$.
- La valeur finale vérifie $V_f = V_i \times CM$; pour retrouver la valeur initiale, on calcule $V_i = \frac{V_f}{CM}$.
- Plusieurs évolutions successives se composent en multipliant les coefficients multiplicateurs.
- Pour retrouver la valeur de départ, on utilise le coefficient réciproque $\frac{1}{CM}$.
- Un taux moyen se calcule à partir d'une racine : $CM_m = \sqrt[n]{CM_{\text{global}}}$.

**Mini-bilan guidé**

Compléter le tableau suivant.

Situation	Coefficient multiplicateur	Interprétation
Augmentation de 8 %	1,08	hausse de 8 %
Diminution de 13 %	0,87	baisse de 13 %
Multiplication par 1,035	1,035	hausse de 3,5 %
Multiplication par 0,962	0,962	baisse de 3,8 %

↩ Fin du cours ↪