

COURS

Chapitre 2

Évolutions, pourcentages et coefficients multiplicateurs

Version élève

**Fil directeur du chapitre**

Savoir passer d'un pourcentage à un coefficient multiplicateur, composer plusieurs évolutions, retrouver une évolution réciproque et calculer un taux moyen.

Sommaire du chapitre

I	Proportions et pourcentages	1
II	Taux d'évolution et coefficient multiplicateur	2
III	Évolutions successives	3
IV	Évolution réciproque	4
V	Taux moyen	5
VI	Bilan : choisir le bon coefficient	5

 Objectifs du chapitre

Dans ce chapitre, on apprend à :

- calculer un pourcentage d'une quantité et retrouver une quantité totale ;
- traduire une hausse ou une baisse par un coefficient multiplicateur ;
- passer d'un coefficient multiplicateur à un taux d'évolution ;
- composer plusieurs évolutions successives ;
- déterminer un taux réciproque ;
- calculer un taux moyen sur plusieurs périodes ;
- reconnaître les pièges classiques des automatismes de l'épreuve anticipée.

I

Proportions et pourcentages



Proportion et pourcentage

Si une partie contient p éléments dans un ensemble de N éléments, alors sa proportion est

$$\frac{p}{N}.$$

Pour l'exprimer en pourcentage, on multiplie par 100 :

$$\text{pourcentage} = \frac{p}{N} \times 100.$$



Calculer une partie à partir d'un pourcentage

Calculer $t\%$ d'une quantité Q , c'est calculer :

$$\frac{t}{100} \times Q.$$



Exemple guidé

Dans une boîte de 80 chocolats, 35% sont des chocolats noirs. Combien y a-t-il de chocolats noirs ?

.....

.....

.....



Retrouver le total à partir d'une proportion

Si p représente $t\%$ d'une quantité totale N , alors :

$$p = \frac{t}{100} \times N.$$

On peut donc retrouver N en divisant par $\frac{t}{100}$.



Exemple guidé

Dans un lycée, 45 élèves étudient l'italien, ce qui représente 12% des élèves du lycée. Combien y a-t-il d'élèves dans ce lycée ?

.....

.....

.....

.....

.....

II

Taux d'évolution et coefficient multiplicateur



Taux d'évolution

Lorsqu'une quantité passe d'une valeur initiale V_i à une valeur finale V_f , le taux d'évolution est :

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}.$$

Si $t > 0$, il s'agit d'une hausse. Si $t < 0$, il s'agit d'une baisse.



Coefficient multiplicateur

Une évolution de taux t correspond au coefficient multiplicateur :

$$CM = 1 + t.$$

Lorsque le taux est donné en pourcentage, il faut d'abord le convertir en écriture décimale.
On a alors les relations fondamentales :

$$V_f = V_i \times CM = V_i(1 + t)$$

et

$$V_i = \frac{V_f}{CM} = \frac{V_f}{1 + t}.$$

Réciproquement, lorsque $V_i \neq 0$:

$$CM = \frac{V_f}{V_i}$$

et

$$t = CM - 1.$$

Évolution	Taux décimal	Coefficient multiplicateur
Hausse de 15 %	+0,15	1,15
Baisse de 15 %	−0,15	0,85
Hausse de 2,3 %	+0,023	1,023
Baisse de 2,3 %	−0,023	0,977



Exemple guidé

Un article coûtant 120 euros augmente de 15 %.

- Donner le coefficient multiplicateur associé.
- Calculer le nouveau prix.

.....

.....

.....

.....

.....



Automatisme fréquent

Multiplier par 0,84 ne signifie pas une baisse de 84 %, mais une baisse de :

$$1 - 0,84 = 0,16 = 16\%.$$

III

Évolutions successives



Composer plusieurs évolutions

Pour enchaîner plusieurs évolutions, on multiplie les coefficients multiplicateurs. Si une quantité subit deux évolutions de coefficients CM_1 et CM_2 , alors :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2.$$



Exemple guidé – un piège classique

Un prix augmente de 20 %, puis diminue de 20 %. Le prix final est-il égal au prix de départ ?

.....

.....

.....

.....

.....



Exemple guidé – extrait d'automatisme

Le taux d'évolution équivalent à une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % est-il –30 % ?

.....

.....

.....

.....

.....

IV

Évolution réciproque



Coefficient réciproque

Revenir à la valeur initiale revient à multiplier par le coefficient inverse :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}.$$

Le taux réciproque est alors :

$$t_{\text{réciproque}} = CM_{\text{réciproque}} - 1.$$



Exemple guidé

Un prix a augmenté de 25 %. Quel pourcentage de baisse faut-il appliquer au nouveau prix pour revenir au prix initial ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Attention

Une hausse de 25 % n'est pas annulée par une baisse de 25 %. Les pourcentages ne s'appliquent pas à la même valeur de référence.

v Taux moyen



Taux moyen annuel

Si une quantité positive est multipliée par un coefficient global $CM_{\text{global}} > 0$ en n périodes, alors le coefficient multiplicateur moyen par période est l'unique nombre positif CM_m tel que :

$$CM_m^n = CM_{\text{global}}.$$

Ainsi :

$$CM_m = \sqrt[n]{CM_{\text{global}}}.$$

Le taux moyen est :

$$t_m = CM_m - 1.$$



Exemple guidé

Une population passe de 5000 à 6655 habitants en 3 ans. Déterminer le taux moyen annuel d'évolution.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

VI Bilan : choisir le bon coefficient



À retenir

- Calculer $t\%$ d'une quantité Q revient à calculer $\frac{t}{100} \times Q$.
- Une hausse de $t\%$ correspond au coefficient multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$.
- Une baisse de $t\%$ correspond au coefficient multiplicateur $1 - \frac{t}{100}$.
- La valeur finale vérifie $V_f = V_i \times CM$; pour retrouver la valeur initiale, on calcule $V_i = \frac{V_f}{CM}$.
- Plusieurs évolutions successives se composent en multipliant les coefficients multiplicateurs.
- Pour retrouver la valeur de départ, on utilise le coefficient réciproque $\frac{1}{CM}$.
- Un taux moyen se calcule à partir d'une racine : $CM_m = \sqrt[n]{CM_{\text{global}}}$.

**Mini-bilan guidé**

Compléter le tableau suivant.

Situation	Coefficient multiplicateur	Interprétation
Augmentation de 8 %		
Diminution de 13 %		
Multiplication par 1,035		
Multiplication par 0,962		

↩ Fin du cours ↪