

Fiche d'exercices	Mathématiques	Troisième
Chap. 2 : Développements, factorisations et équations.	TD n°3 : Identités remarquables, Développements, factorisations et calcul de valeurs	

La nomenclature ici utilisée suit la fiche méthode de cours relative aux factorisations.

1. Identités remarquables, application directe des formules.

Exercice 1 : Factorisez les expressions suivantes.

$$A(x) = x^2 + 2x + 1 \quad ; \quad B(x) = x^2 - 6x + 1 \quad ; \quad C(x) = x^2 - 9;$$

$$D(x) = 4x^2 - 12x + 9 \quad ; \quad E(x) = 16 - 4x^2 \quad ; \quad F(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

Exercice 2 : Développez les expressions suivantes.

$$A(x) = (2x + 6)^2 \quad ; \quad B(x) = (4 - 3x)^2 \quad ; \quad C(x) = (2x + 1)(2x - 1)$$

$$D(x) = \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 \quad ; \quad E(x) = (3 + 2x)^2 \quad ; \quad F(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

2. Factorisations de type 2.

Exercice 3 : A l'aide d'une factorisation de type 2, démontrer les égalités suivantes.

$$x^2 - (2x + 1)^2 = (3x + 1)(-x - 1)$$

$$(x - 2)^2 - (2x - 1)^2 = (3x - 3)(-x - 1)$$

$$(2x - 1)^2 - (3 + x)^2 = (3x + 2)(x - 4)$$

$$(2y - 5)^2 - (3 + 2y)^2 = -8(4y - 2)$$

3. Factorisation, développement, calculs de valeurs et astuces.

Exercice 4.

On considère l'expression : $A(x) = (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3)$

- 1) Calculer : $A(1)$.
- 2) a) Développer $A(x)$.
b) Calculer $A(1)$ en utilisant cette fois la forme développée.
- 3) a) Factoriser $A(x)$.
b) Calculer $A(1)$ en utilisant cette fois la forme factorisée.
c) **ASTUCE IMPORTANTE** : Développez la forme factorisée de la question 3a) et vérifiez que l'on retrouve bien la forme développée obtenue à la question 2a).
- 4) Calculer $A(0)$ en utilisant la forme de $A(x)$ de votre choix (soyez malin !).
- 5) Calculer $A\left(\frac{3}{2}\right)$ en utilisant la forme de $A(x)$ de votre choix (soyez malin !).
- 6) Calculer $A(4)$ en utilisant la forme de $A(x)$ de votre choix (soyez malin !).

Exercice 5.

On considère l'expression : $B(x) = (2x - 1) - 3(2x + 1)(2x - 1)$

- 1) Calculer : $B(2)$.
- 2) a) Développer $B(x)$.
b) Calculer $B(2)$ en utilisant cette fois la forme développée.

- 3) a) Factoriser $B(x)$.
- b) Calculer $B(2)$ en utilisant cette fois la forme factorisée.
- c) **ASTUCE IMPORTANTE** : Développez la forme factorisée de la question 3a) et vérifiez que l'on retrouve bien la forme développée obtenue à la question 2a).
- 4) Calculer $B(0)$ en utilisant la forme de $B(x)$ de votre choix (soyez malin !).
- 5) Calculer $B\left(\frac{3}{2}\right)$ en utilisant la forme de $B(x)$ de votre choix (soyez malin !).
- 6) Calculer $B(4)$ en utilisant la forme de $B(x)$ de votre choix (soyez malin !).

4. Exercices de type Brevet.

Exercice 6.

Soit $E = (3x - 5)^2 - 2(3x - 5)$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.
- 3) Calculer E pour $x = -2$

Exercice 7.

- 1) Factoriser les deux expressions : $F(x) = 9x^2 - 48x + 64$ et $G(x) = (3x - 7)^2 - 1$.
- 2) On pose $H(x) = F(x) + G(x)$, factoriser l'expression $H(x)$.

Exercice 8.

- 1) Développer $(x - 1)^2$.
Justifier que $99^2 = 9\,801$ en utilisant le développement précédent.
- 2) Développer $(x - 1)(x + 1)$.
Justifier que $99 \times 101 = 9\,999$ en utilisant le développement précédent.

Exercice 9.

Soit $A = \frac{1}{4}[(a + b)^2 - (a - b)^2]$

- 1) Calculer A pour $a = 1$ et $b = 5$.
- 2) Calculer A pour $a = -2$ et $b = -3$.
- 3) Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b. A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 10.

Soit $A = (x - 5)^2$ et $B = x^2 - 10x + 25$

- 1) Calculer A et B pour $x = 5$.
- 2) Calculer A et B pour $x = -1$.
- 3) Peut-on affirmer que $A = B$ quelle que soit la valeur de x ? Justifier.

Réponses :

Exercice 1 :

$$A(x) = (x + 1)^2; \quad B(x) = (x - 3)^2; \quad C(x) = (x + 3)(x - 3); \quad D(x) = (2x + 3)^2; \quad E(x) = (4 + 2x)(4 - 2x); \quad F(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

Exercice 2 :

$$A(x) = 4x^2 + 24x + 36; \quad B(x) = 9x^2 - 24x + 16; \quad C(x) = 4x^2 - 1; \quad D(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}; \quad E(x) = 4x^2 + 12x + 9; \quad F(x) = x^2 - \frac{1}{4}$$

Exercice 4 :

$$1^\circ) A(1) = 6; \quad 2a) A(x) = -x^2 + 3x + 4; \quad 3a) A(x) = (x + 1)(-x + 4); \quad 4^\circ) A(0) = 4; \quad 5^\circ) A\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{25}{4}; \quad 6^\circ) A(4) = 0$$

Exercice 5 :

$$1) B(2) = -42; \quad 2a) B(x) = -12x^2 + 2x + 2; \quad 3a) B(x) = (2x - 1)(-6x - 2); \quad 4^\circ) B(0) = 2; \quad 5^\circ) B\left(\frac{1}{2}\right) = 0; \quad 6^\circ) B\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$