

TD : Equation produit

Exercice résolu. Résoudre l'équation (E) : $(5x - 3)(2 - 8x) = 0$

- C'est une équation produit et par théorème :

Théorème 1 : Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

- Donc on a ici :

$$5x - 3 = 0$$

ou

$$2 - 8x = 0$$

$$5x = 0 + 3$$

$$-8x = 0 - 2$$

$$5x = 3$$

$$-8x = -2$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{-2}{-8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- Les solutions de l'équation (E) sont donc : $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{4}$.

On note aussi \mathcal{S} l'ensemble des solutions de l'équation, $\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{5}; \frac{1}{4} \right\}$

Exercice.

Résoudre les équations suivantes, certaines sont des équations produit, d'autres pas, et les plus difficiles nécessitent d'abord une factorisation.

$$(E_1) : (2x + 5)(5x - 3) = 0$$

$$(E_2) : (x + 5)(7x - 1) = 0$$

$$(E_3) : 5(-2x - 1)(20x - 30) = 0$$

$$(E_4) : 2x(x - 5)(8x - 2) = 0$$

$$(E_5) : (-2x - 1) + (20x - 30) = 0$$

$$(E_6) : 2(x - 5) - (8x - 2) = 0$$

$$(E_7) : \left(-2x - \frac{1}{2}\right) \left(2x - \frac{3}{4}\right) (x + 1) = 0$$

$$(E_8) : x \left(\frac{x}{2} - 5\right) \left(\frac{8}{3}x - 2\right) = 0$$

$$(E_9) : \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{3x}{5} - \frac{3}{4}\right) \left(4x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$(E_{10}) : \frac{4}{5} \left(\frac{3x}{2} - 5\right) (10x - 2) = 0$$

$$(E_{11}) : (3x - 5)^2 = 0$$

$$(E_{12a}) : \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2 = 0$$

$$(E_{12b}) : (1 - 3x)(2x - 3)^2 = 0$$

$$(E_{13}) : x^2 - 1 = 0$$

$$(E_{14}) : x^2 - 25 = 0$$

$$(E_{15}) : x^2 = 0$$

$$(E_{16}) : x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(E_{17}) : x^2 + 4x = -4$$

$$(E_{18}) : x^2 = -5$$

Solutions :

$$\mathcal{S}_1 = \left\{ \frac{-5}{2}; \frac{3}{5} \right\}; \mathcal{S}_2 = \left\{ -5; \frac{1}{7} \right\}; \mathcal{S}_3 = \left\{ \frac{-1}{2}; \frac{3}{2} \right\}; \mathcal{S}_4 = \left\{ 0; 5; \frac{1}{4} \right\}; \mathcal{S}_5 = \left\{ \frac{31}{18} \right\}; \mathcal{S}_6 = \left\{ -\frac{4}{3} \right\}; \mathcal{S}_7 = \left\{ -\frac{1}{4}; \frac{3}{8}; -1 \right\}$$

$$\mathcal{S}_8 = \left\{ 0; 10; \frac{3}{4} \right\}; \mathcal{S}_9 = \left\{ \frac{3}{4}; \frac{5}{8}; \frac{1}{8} \right\}; \mathcal{S}_{10} = \left\{ \frac{1}{5}; \frac{10}{3} \right\}; \mathcal{S}_{11} = \left\{ \frac{5}{3} \right\}; \mathcal{S}_{12a} = \left\{ \frac{2}{9} \right\}; \mathcal{S}_{12b} = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{3}{2} \right\}; \mathcal{S}_{13} = \{-1; 1\}; \mathcal{S}_{14} = \{-5; 5\}$$

$$\mathcal{S}_{15} = \{0\}; \mathcal{S}_{16} = \{1\}; \mathcal{S}_{17} = \{-2\}; \mathcal{S}_{18} = \emptyset$$