

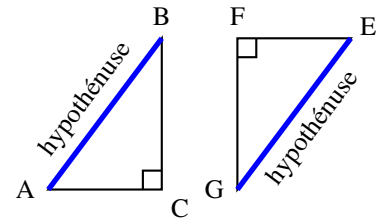
Le théorème de Pythagore

Définition 1 (Hypoténuse)

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit se nomme **l'hypoténuse**^a.

Remarque : On confondra souvent le côté avec sa longueur.

^a. Le mot hypoténuse est formé du préfixe grec Hypo- (sous) et du verbe grec teinen (tendre). Chez les anciens, on plaçait l'angle droit d'un triangle rectangle en haut du schéma



Théorème 1 (Théorème de Pythagore)

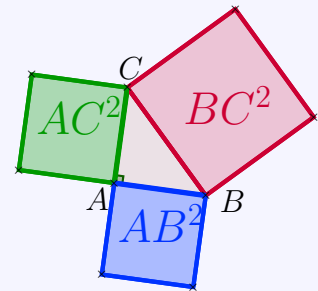
Soit ABC un triangle rectangle en A.

Alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés,

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Autre formulation

Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.



Exemple 1 : Calculons BC.

Exemple 1 (Rédaction type)

- **Données.**

Le triangle ABC est rectangle en C. L'hypoténuse est donc le côté [AB].

- **Le théorème.**

donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$6^2 = 3^2 + CB^2$$

On obtient donc

$$CB^2 = 6^2 - 3^2$$

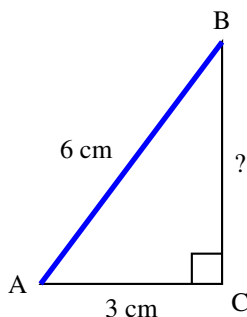
$$= 36 - 9$$

$$CB^2 = 27$$

- **Conclusion.**

et puisque CB est une longueur, on a

$$CB = \sqrt{27} \approx 5,2 \text{ cm à } 0,1 \text{ cm près.}$$

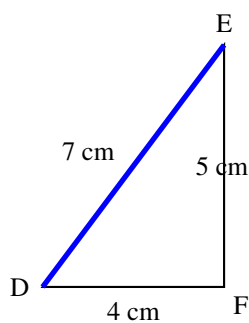


Le théorème de Pythagore - Réciproque et contraposée

Théorème 2 (Contraposée du théorème de Pythagore)

Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est différent de la somme des carrés des deux autres côtés,
Alors le triangle n'est pas rectangle.

Exemple 2 : Le triangle DEF est-il rectangle ?.



Exemple 2 (Rédaction type)

- **Données.**

Si le triangle DEF est rectangle, c'est en F car [DE] est le plus grand côté.

- **Le test.**

$$\begin{cases} DE^2 & = 7^2 & = 49 \\ DF^2 + FE^2 & = 4^2 + 5^2 & = 41 \end{cases}$$

- **Conclusion.**

On n'a donc pas égalité, $DF^2 + FE^2 \neq DE^2$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Pythagore*, le triangle DEF n'est pas rectangle.

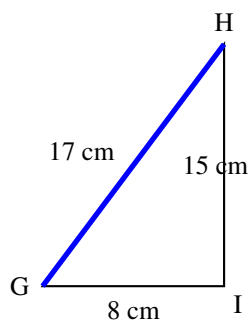
Théorème 3 (Réciproque du théorème de Pythagore)

Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés,
Alors le triangle est rectangle (en le sommet opposé au plus grand côté).

Autre formulation Soit GHI un triangle.

Si $GH^2 = HI^2 + IH^2$ alors le triangle GHI est rectangle en I.

Exemple 3 : Le triangle GHI est-il rectangle ?.



Exemple 3 (Rédaction type)

- **Données.**

Si le triangle GHI est rectangle, c'est en I car [GH] est le plus grand côté.

- **Le test.**

$$\begin{cases} GH^2 & = 17^2 & = 289 \\ GI^2 + IH^2 & = 8^2 + 15^2 & = 289 \end{cases}$$

- **Conclusion.**

On a donc égalité, $GI^2 + IH^2 = GH^2$ donc d'après la *réciproque du théorème de Pythagore*, le triangle GHI est rectangle en I.