

Corrigé Nouvelle-Calédonie. Mars 2011.
Activités numériques.

Exercice 1 :

1. Calcul du PGCD de 1 755 et 1 053 par l'algorithme d'Euclide :

$$1\ 755 = 1\ 053 \times 1 + 702$$

$$1\ 053 = 702 \times 1 + 351$$

$$702 = 351 \times 2 + 0$$

Le PGCD est le dernier reste non nul donc 351.

2. $\frac{1\ 053}{1\ 755} = \frac{1\ 053 \div 351}{1\ 755 \div 351} = \frac{3}{5}$ (simplification par le PGCD)

3. a. Pour utiliser tous les coquillages, le nombre de cônes de chaque lot doit être diviseur de 1 755 et le nombre de porcelaines doit être diviseur de 1 053 : le nombre de lots est donc diviseur commun à 1 053 et 1 755.

Le nombre maximum de lots est donc le PGCD des deux nombres : le collectionneur pourra donc faire au maximum 351 lots.

b. $1\ 755 = 351 \times 5$ et $1\ 053 = 351 \times 3$ donc chaque lot sera composé de 5 cônes et de 3 porcelaines.

Exercice 2 :

Ci-contre, la droite d est la représentation graphique d'une fonction linéaire f .

Rappel :

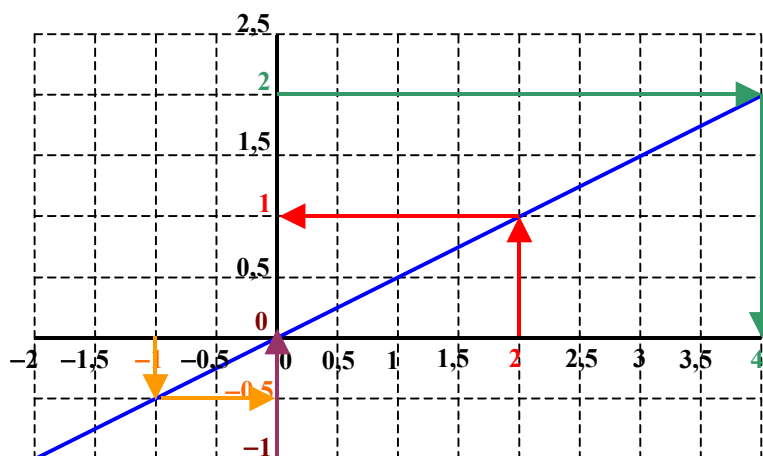
L'image se lit sur l'axe des ordonnées et l'antécédent sur l'axe des abscisses.

1. L'image de 2 par la fonction f est 1. (en rouge)

2. $f(-1) = -0,5$ (en orange).

3. L'antécédent de 2 est 4 (en vert).

4. $x = 0$ pour $f(x) = -1$. (en bordeaux)



Exercice 3 :

les faces d'un dé équilibré à six faces porte chacune les lettres du mot : **NOTOUS**.

1. O se trouvant deux fois dans le mot, les 6 faces ne donnent que 5 issues possibles :
N ou O ou T ou U ou S.

2. a. 2 faces sur les 6 portent la lettre O : la probabilité de l'évènement E_1 est donc $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.

b. E_2 : « on n'obtient pas la lettre O ».

La probabilité de cet évènement peut se calculer de deux manières :

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{ou bien : on n'obtient pas O quand on obtient N ou T ou U ou S et la probabilité}$$

d'obtenir ces tirages est 4 sur 6 donc $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$.

c. La moitié des lettres du mot NOTOUS sont des consonnes (N,T,S) donc la probabilité de l'évènement E_3 est $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$.

d. le dé ne porte aucune des lettres du mot KIWI : la probabilité de E_4 est donc 0.

e. CAGOUS et NOTOUS ont en commun les lettres OUS : on trouve une de ces lettres sur 4 faces (U, S et 2 fois O) donc la probabilité de E_5 est $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1 : QCM en annexe. Aucune justification n'est demandée.

Courte explication :

1) Thalès : $\frac{SE}{RS} = \frac{SA}{ST} \quad \frac{3}{RS} = \frac{4}{5} \quad RS = \frac{3 \times 5}{4} \quad RS = 3,75$

2) Le triangle GEF est inscrit dans le cercle avec un de ses côtés pour diamètre donc il est rectangle.

Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires donc $\widehat{GEF} = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$

3) Les angles sont conservés, les longueurs sont multipliées par 3 et les aires par 9.

4) Toujours Thalès : $\frac{HC}{AB} = \frac{SH}{SA} \quad \frac{HC}{10} = \frac{18}{24} \quad HC = \frac{10 \times 18}{24} \quad HC = 7,5$

Exercice 2 :

Un cycliste se trouve sur un chemin (CB]. On donne AH = 100 m, HB = 400 m et $\widehat{ABC} = 10^\circ$.

1. Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires donc :

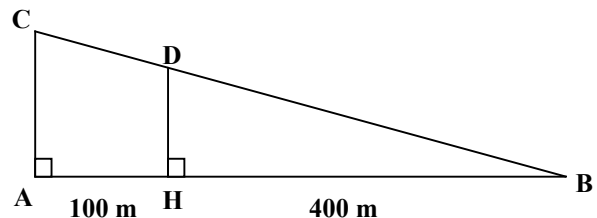
$$\widehat{BCA} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$$

2. Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} \quad \tan 10^\circ = \frac{AC}{500}$$

$$AC = \tan 10^\circ \times 500$$

$$AC \approx 88 \text{ m (arrondi au mètre de 88,16...)}$$



3. Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \quad \cos \widehat{ABC} = \frac{500}{BC} \quad BC = \frac{500}{\cos 10^\circ} \quad BC \approx 508 \text{ m (arrondi de 507,7...)}$$

4. Les droites (AC) et (DH) sont perpendiculaires à (AB) donc elles sont parallèles.

Dans le triangle ABC, H est un point de [AB], D est un point de [BC] et les droites (AC) et (DH) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BH}{BA} \quad \frac{BD}{508} = \frac{400}{500} \quad BD = \frac{400 \times 508}{500} \quad BD \approx 406 \text{ m (arrondi au mètre de 406,4)}$$

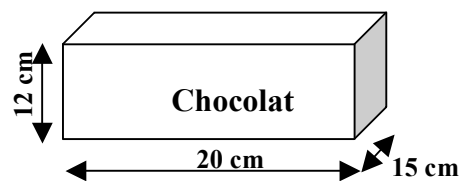
Exercice 3:

1. a. Volume d'un pot de glace au chocolat : $V = L \times l \times h$

$$V = 20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} = 3\,600 \text{ cm}^3.$$

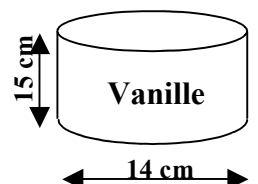
b. Volume d'un pot de glace à la vanille : $V = \pi \times r^2 \times h$

$$V = \pi \times 7^2 \times 15 \quad V \approx 2\,309 \text{ cm}^3.$$



2. Volume d'une boule de glace (diamètre 4,2 cm donc rayon = 2,1 cm) : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 2,1^3 \quad V \approx 39 \text{ cm}^3 \text{ (arrondi au cm}^3 \text{ de 38,7...)}$$

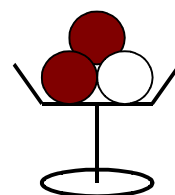


3. Le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, donc il a besoin de :

- $39 \times 2 \times 100 = 7\,800 \text{ cm}^3$ de glace au chocolat
- $39 \times 100 = 3\,900 \text{ cm}^3$ de glace à la vanille

Nombre de boîtes nécessaires :

- chocolat : $7\,800 / 3\,600 \approx 2,2$ donc 3 boîtes
- vanille : $3\,900 / 2\,309 \approx 1,7$ donc 2 boîtes



PROBLÈME

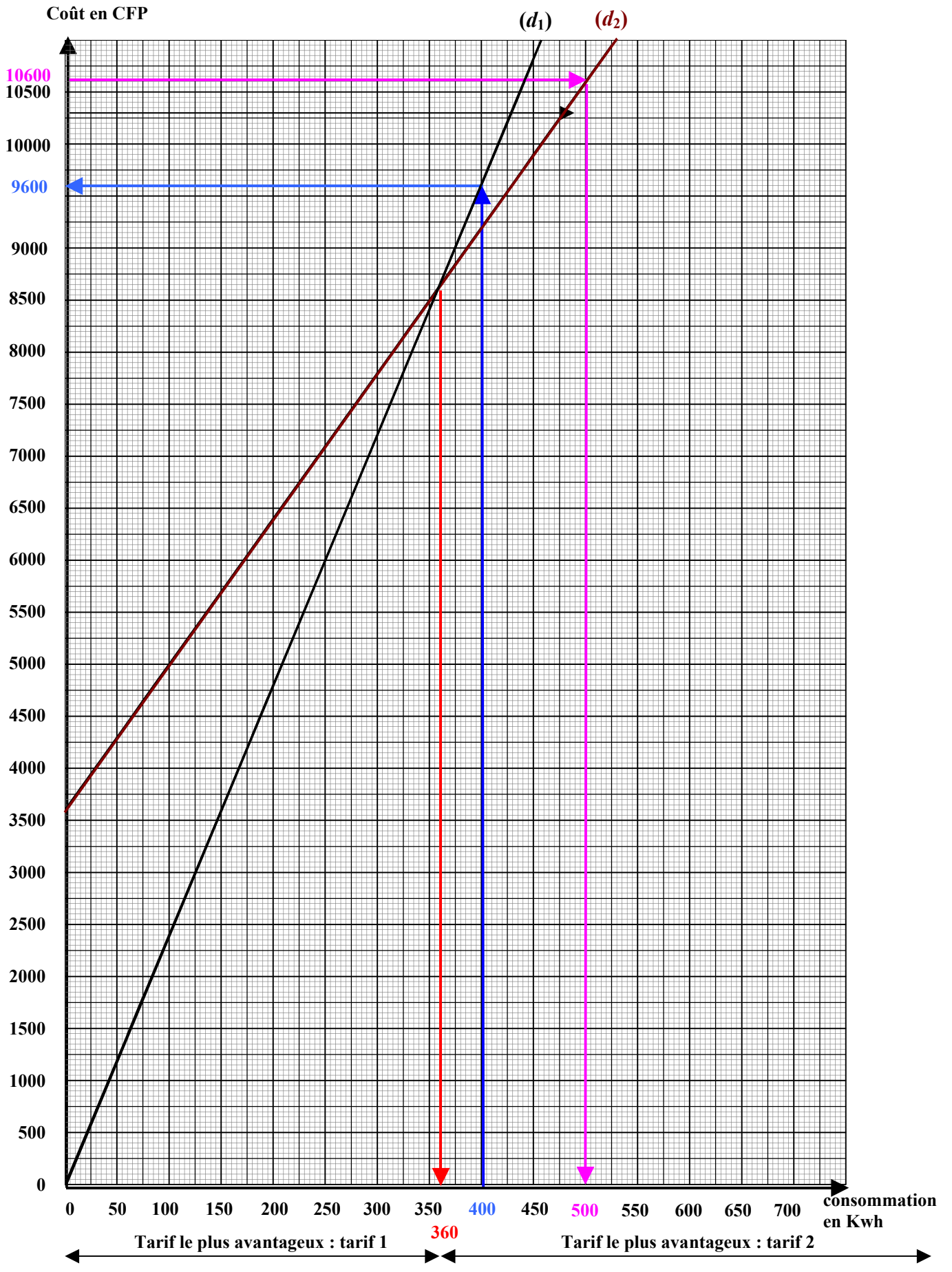
	Tarif 1	Tarif 2
Abonnement mensuel (en CFP)	0	3 600
Prix par Kwh distribué (en CFP)	24	14

Première partie

- Si la famille consomme 300 Kwh en un mois,
 - Coût pour le tarif 1 : $24 \times 300 = 7\,200$ F
 - Coût pour le tarif 2 : $14 \times 300 + 3\,600 = 7\,800$ F
- Si la famille consomme 450 Kwh en un mois :
 - Coût pour le tarif 1 : $24 \times 450 = 10\,800$ F
 - Coût pour le tarif 2 : $14 \times 450 + 3\,600 = 9\,900$ F
- La famille a payé 11 280 CFP pour le tarif 1 pour un mois.
Consommation en Kwh : $\frac{11280}{24} = 470$ Kwh
- $T_1(x) = T_2(x)$.
 $3\,600 + 14x = 24x$ $3\,600 = 24x - 14x$ $10x = 3\,600$ $x = 360$
Les tarifs sont équivalents pour une consommation mensuelle de 360 Kwh.

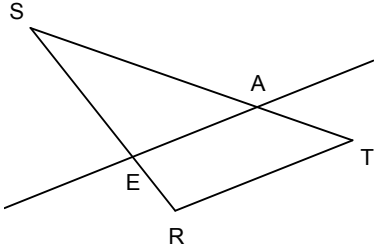
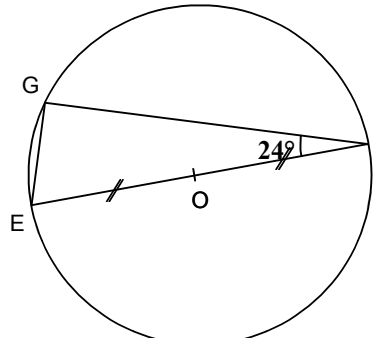
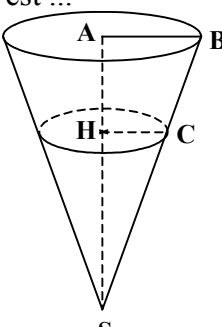
Deuxième partie

- Voir le graphique page suivante.
- Graphiquement, coût pour 400 Kwh avec le tarif 1 : 9 600 CFP (voir le tracé)
 - Graphiquement, consommation pour un coût de 10 600 CFP avec le tarif 2 : 500 Kwh.
- Graphiquement, les coûts sont les mêmes pour une consommation de 360 Kwh.
Pour moins de 360 Kwh, la droite (d_1) est « sous » la droite (d_2) donc le tarif 1 est plus avantageux jusqu'à 360 Kwh et le tarif 2 est plus avantageux au-delà de 360 Kwh.



ANNEXE
(à rendre avec la copie)

Activités géométriques : Exercice 1

<p>1) (RE) et (TA) se coupent en S. (RT) et (AE) sont parallèles. $ST = 5 \text{ cm}$; $SA = 4 \text{ cm}$ et $SE = 3 \text{ cm}$. Alors la longueur RS est égale à</p> 	<p align="center">3,75 cm</p>	<p align="center">2,4 cm</p>	<p align="center">0,266 cm</p>
<p>2) Le point G est sur le cercle de centre O et de diamètre [EF]. $\widehat{EFG} = 24^\circ$. La mesure de l'angle \widehat{GEF} est égale à ...</p> 	<p align="center">90°</p>	<p align="center">24°</p>	<p align="center">66°</p>
<p>3) En triplant les longueurs d'un côté d'un triangle, les mesures des angles sont</p>	<p align="center">Conservées</p>	<p align="center">Multipliées par 3</p>	<p align="center">Multipliées par 9</p>
<p>4) Un cône de révolution a pour rayon $AB = 10 \text{ cm}$ et pour hauteur $SA = 24 \text{ cm}$. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et qui passe par le point H de [SA] tel que $SH = 18 \text{ cm}$. Le rayon HC de la section est ...</p> 	<p align="center">10 cm</p>	<p align="center">7,5 cm</p>	<p align="center">5 cm</p>