

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2012

---

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement de Spécialité

*Durée de l'épreuve : 3 heures*

*Coefficient : 7*

**Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.**

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.*

*Le candidat doit traiter tous les exercices.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

***La feuille Annexe de l'exercice 1  
est à rendre avec la copie.***

## EXERCICE 1 (5 points)

### Commun à tous les candidats

Sur le site <http://www.agencebio.org>, on a extrait des informations concernant l'agriculture en France métropolitaine.

#### Document 1

En 2008, la surface agricole utilisée (SAU) était de 27 537 688 hectares dont 583 799 hectares en mode de production biologique.

#### Document 2

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
Surface en mode de production biologique (en hectares)	419 750	517 965	550 990	534 037	550 488	552 824	557 133	583 799
Part (en %) de la surface en mode de production biologique dans la SAU : $y_i$	1,4	1,75	1,87	1,93	1,99	2	2,02	2,12

#### Partie A

- D'après le document 2, la part de la surface en mode de production biologique dans la SAU est de 2,12 % en 2008. En utilisant le document 1, justifier par un calcul cette information.
- Calculer le pourcentage d'évolution de la surface en mode de production biologique entre 2007 et 2008. Ce pourcentage sera arrondi à 0,01 %.

#### Partie B

On a représenté, sur l'annexe, partie B, à rendre avec la copie, le nuage de points représentant la série statistique  $(x_i ; y_i)$ .

- A l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à  $10^{-2}$ .
- Tracer cette droite dans le repère fourni sur l'annexe, partie B.
- À l'occasion d'un TPE, un groupe d'élèves a trouvé sur une autre page du site qu'en 2009 et en 2010, les parts de la surface en mode de production biologique dans la SAU sont respectivement 2,46 % et 3,09 %. L'ajustement affine précédent est-il adapté à ces nouvelles données ?

### Partie C :

Pour la suite de ce TPE, les élèves ont modélisé à l'aide d'un logiciel l'évolution de la part de surface en mode de production biologique dans la SAU sur la période de 2001 à 2012 par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[1 ; 12]$  par

$$f(x) = 0,0096x^3 - 0,1448x^2 + 0,7132x + 0,813$$

Cet ajustement est représenté sur l'annexe, partie C.

*Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Le Grenelle de l'environnement s'est fixé comme objectif d'avoir 6 % de la SAU en mode de production biologique en 2012. Selon ce modèle, peut-on espérer que cet objectif soit atteint ?

**EXERCICE 2 (5 points)**  
**Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Une région se divise en deux zones :

- une zone A à proximité d'une grande agglomération,
- une zone B à proximité de la mer.

Chaque année, 20 % des habitants de la zone A partent habiter dans la zone B pour avoir un meilleur cadre de vie, et 5 % des habitants de la zone B partent habiter dans la zone A pour se rapprocher de leur lieu de travail.

On sait de plus qu'en 2010, 40 % de la population habitait en zone A.

On suppose que le nombre total d'habitants de la région reste constant au cours du temps.

Pour tout entier naturel  $n$ , l'état probabiliste correspondant à l'année  $2010 + n$  est défini par la matrice ligne  $P_n = (a_n \quad b_n)$ , où  $a_n$  et  $b_n$  désignent respectivement les proportions d'habitants des zones A et B.

1. Déterminer la matrice ligne  $P_0$  de l'état initial.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
3. (a) Écrire la matrice de transition  $M$  de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.  
(b) Donner la répartition de la population en 2012.
4. Dans la question suivante, on considère la matrice ligne  $P = (a \quad b)$  où  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels tels que  $a + b = 1$ .
  - (a) Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $P = PM$ .
  - (b) Les infrastructures de la zone B permettent d'accueillir au maximum 75 % de la population. Lors d'un conseil municipal, le maire affirme qu'il va falloir prévoir de nouvelles infrastructures. A-t-il raison ?

### EXERCICE 3 (4 points)

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).

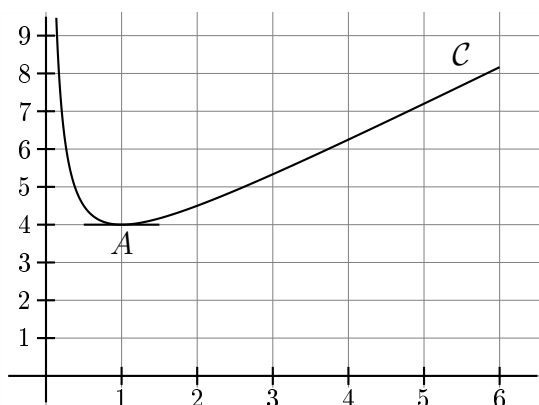
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe représentative  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $]0; 6]$ . Le point  $A(1; 4)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}$ . La tangente en  $A$  à la courbe  $\mathcal{C}$  est parallèle à l'axe des abscisses.

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .



- Le nombre dérivé de la fonction  $f$  en 1 est égal à :
  - 4
  - 0
  - 2
  - 1
- Sur l'intervalle  $]0; 6]$ , l'inéquation  $f'(x) \geq 0$  admet comme ensemble de solutions :
  - $]0; 1]$
  - $]0; 6]$
  - $[1; 6]$
  - $[4; 9]$
- On pose  $I = \int_3^5 f(x)dx$ . On peut affirmer que :
  - $12 < I < 13$
  - $0 < I < 2$
  - $5 < I < 8$
  - $-2 < I < 0$
- On appelle  $F$  une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; 6]$ . L'expression de  $F$  peut-être :
  - $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$
  - $F(x) = 2 + \frac{1}{x}$
  - $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \ln x$
  - $F(x) = 2x + \ln x$

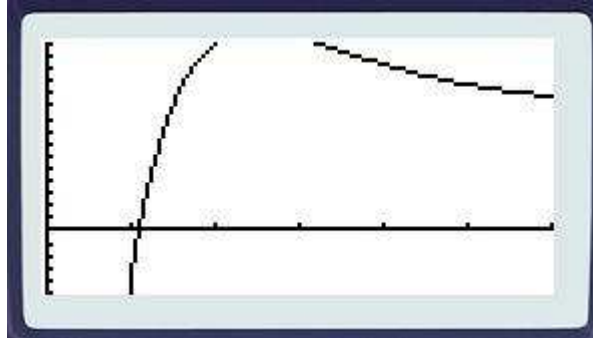
## EXERCICE 4 (6 points)

Commun à tous les candidats

Le bénéfice en milliers d'euros que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique et vend  $x$  centaines d'objets (pour  $x$  compris entre 0 et 6) est donné par

$$f(x) = (200x - 300)e^{-x-1} + 10$$

Alix a affiché sur l'écran de sa calculatrice la courbe représentative de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 6]$ .



### Partie A : objectif « réaliser un bénéfice maximal ».

L'écran ne permet pas à Alix de déterminer le bénéfice maximal.

Il décide donc d'étudier la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 6]$ . On admet que cette fonction est dérivable sur l'intervalle  $[0; 6]$ . On désigne par  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

1. Établir que, pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 6]$ ,

$$f'(x) = (500 - 200x)e^{-x-1}$$

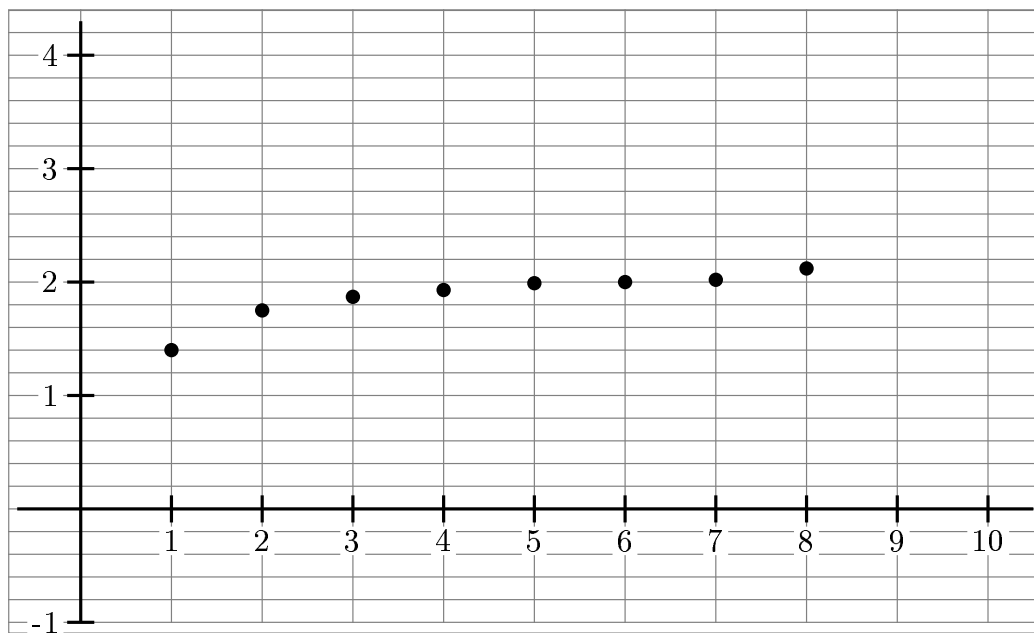
2. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 6]$ .
3. En déduire le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximal.  
Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à l'euro).
4. Proposer un réglage de la fenêtre graphique permettant de visualiser le maximum de la fonction  $f$ .

### Partie B : objectif « ne pas vendre à perte ».

1. Au vu du graphique obtenu par Alix, à partir de combien d'objets l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?
2. Démontrer que sur l'intervalle  $[1; 2]$  l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution notée  $\alpha$ .
3. Donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.
4. Préciser le nombre d'objets à partir duquel l'entreprise ne vend pas à perte.

# Annexe à rendre avec la copie

## PARTIE B



## PARTIE C

