

Exercice 1 : Amérique 97

Calculer $A = \left(-\frac{7}{5} + \frac{4}{3}\right) + \left(7 - \frac{4}{3}\right)$.

Le résultat sera donné sous forme d'une fraction aussi simplifiée que possible.

Correction :

$$\begin{aligned}
 A &= \left(-\frac{7}{5} + \frac{4}{3}\right) + \left(7 - \frac{4}{3}\right) \\
 &= \left(-\frac{7 \times 3}{5 \times 3} + \frac{4 \times 5}{3 \times 5}\right) + \left(\frac{7 \times 3}{1 \times 3} - \frac{4}{3}\right) \\
 &= \left(-\frac{21}{15} + \frac{20}{15}\right) + \left(\frac{21}{3} - \frac{4}{3}\right) \\
 &= -\frac{1}{15} + \frac{17}{3} \\
 &= -\frac{1}{15} + \frac{17 \times 5}{3 \times 5} \\
 &= \frac{-1 + 85}{15} \\
 &= \frac{84}{15} \\
 &= \frac{28 \times 3}{5 \times 3} \\
 &= \frac{28}{5}
 \end{aligned}$$

Exercice 2 : (Caen 97)

Calculer et mettre sous forme de fraction aussi simple que possible :

$B = 6 - 2 \times \frac{5}{4}$; $C = \frac{15}{8} + \frac{9}{2}$.

Correction :

$$\begin{aligned}
 B &= 6 - 2 \times \frac{5}{4} \\
 &= 6 - \frac{2 \times 5}{4} \\
 &= 6 - \frac{2 \times 5}{2 \times 2} \\
 &= \frac{6}{1} - \frac{5}{2} \\
 &= \frac{6 \times 2}{1 \times 2} - \frac{5}{2} \\
 &= \frac{12 - 5}{2} \\
 &= \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{15}{8} + \frac{9}{2} \\
&= \frac{15}{8} + \frac{9 \times 4}{2 \times 4} \\
&= \frac{15 + 36}{8} \\
&= \frac{51}{8}
\end{aligned}$$

Exercice 3 : (Créteil 96)

Calculer, puis simplifier : $A = \frac{13}{14} - \frac{1}{15} \times \frac{10}{7}$.

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{13}{14} - \frac{1}{15} \times \frac{10}{7} \\
&= \frac{13}{14} - \frac{1 \times 10}{15 \times 7} \\
&= \frac{13}{14} - \frac{5 \times 2}{5 \times 3 \times 7} \\
&= \frac{13}{14} - \frac{2}{21} \\
&= \frac{13 \times 3}{14 \times 3} - \frac{2 \times 2}{21 \times 2} \\
&= \frac{39}{42} - \frac{4}{42} \\
&= \frac{39 - 4}{42} \\
&= \frac{35}{42} \\
&= \frac{5 \times 7}{6 \times 7} \\
&= \frac{5}{6}
\end{aligned}$$

Exercice 4 : (Rouen 96)

On pose $A = 4 - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right)$.

En faisant apparaître les étapes du calcul, donner une écriture fractionnaire et une écriture décimale du nombre A.

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= 4 - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) \\
&= 4 - \frac{3}{4} \left(\frac{1 \times 2}{3 \times 2} - \frac{1}{6} \right) \\
&= 4 - \frac{3}{4} \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{6} \right) \\
&= 4 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \\
&= 4 - \frac{1 \times 3}{4 \times 2 \times 3} \\
&= \frac{4}{1} - \frac{1}{8} \\
&= \frac{4 \times 8}{1 \times 8} - \frac{1}{8} \\
&= \frac{32 - 1}{8} \\
&= \frac{31}{8}
\end{aligned}$$

Exercice 5 : (Nantes 97)

Ecrire le nombre A sous la forme d'une fraction la plus simple possible : $A = 2 + \frac{4}{3} \times \frac{-1}{5}$.

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= 2 + \frac{4}{3} \times \frac{-1}{5} \\
&= 2 - \frac{4 \times 1}{3 \times 5} \\
&= \frac{2}{1} - \frac{4}{15} \\
&= \frac{2 \times 15}{1 \times 15} - \frac{4}{15} \\
&= \frac{30 - 4}{15} \\
&= \frac{26}{15}
\end{aligned}$$

Exercice 6 : (Asie 99)

On donne :

$$A = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \times 2 - 1 \qquad B = \left(\frac{2}{3} \right)^2 - \frac{3}{2}$$

Calculer A et B et donner le résultat sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers.

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \times 2 - 1 \\
&= \left(\frac{3}{4} - \frac{1 \times 2}{2 \times 2}\right) \times 2 - 1 \\
&= \left(\frac{3-2}{4}\right) \times 2 - 1 \\
&= \frac{1}{4} \times 2 - 1 \\
&= \frac{2}{4} - 1 \\
&= \frac{1}{2} - 1 \\
&= \frac{1}{2} - \frac{2}{2} \\
&= -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{3}{2} \\
&= \frac{2^2}{3^2} - \frac{3}{2} \\
&= \frac{4}{9} - \frac{3}{2} \\
&= \frac{4 \times 2}{9 \times 2} - \frac{3 \times 9}{2 \times 9} \\
&= \frac{8-27}{18} \\
&= \frac{-19}{18} \\
&= -\frac{19}{18}
\end{aligned}$$

Exercice 7 : (Dijon 97)

On appelle téléviseur 16/9 un téléviseur dont la longueur de l'écran est égale aux $\frac{16}{9}$ de sa largeur.

Pour un tel téléviseur, calculer la longueur de l'écran lorsque la largeur est 41,4 cm.

Correction :

Si on note par L la longueur et l la largeur, la phrase :

« la longueur de l'écran est égale aux $\frac{16}{9}$ de sa largeur » se traduit par :

$$L = \frac{16}{9} \times l$$

$$L = \frac{16}{9} \times 41,4 = \frac{16 \times 41,4}{9} = \frac{16 \times 4,6 \times 9}{9} = 16 \times 4,6 = 73,6$$

La longueur du téléviseur est de 73,6cm

Divisions :

Exercice 8 : (Lille 1995) (2 points)

Ecrire les nombres suivants sous forme d'une fraction (le détail doit apparaître sur la copie) :

$$A = \frac{7}{10} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{7} ; \quad B = \left(1 + \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{-7}{9}\right)$$

Correction :

$$\begin{aligned} A &= \frac{7}{10} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{7} \\ &= \frac{7}{10} - \frac{2 \times 15}{5 \times 7} \\ &= \frac{7}{10} - \frac{2 \times 3 \times 5}{5 \times 7} \\ &= \frac{7}{10} - \frac{6}{7} \\ &= \frac{7 \times 7}{10 \times 7} - \frac{6 \times 10}{7 \times 10} \\ &= \frac{49 - 60}{70} \\ &= \frac{-11}{70} \\ &= -\frac{11}{70} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(1 + \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{-7}{9}\right) \\ &= \left(\frac{3}{3} + \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{-7}{9}\right) \\ &= \frac{8}{3} : \left(\frac{-7}{9}\right) \\ &= \frac{8}{3} \times \frac{9}{-7} \\ &= -\frac{8 \times 9}{3 \times 7} \\ &= -\frac{8 \times 3 \times 3}{3 \times 7} \\ &= -\frac{24}{7} \end{aligned}$$

Exercice 9 : (Polynésie 1995) (3 points)

Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction aussi simplifiée que possible :

$$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{10} \quad ; \quad B = \frac{\frac{2}{5}}{3 - \frac{7}{10}}$$

Correction :

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{10} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{5 \times 3}{8 \times 10} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{5 \times 3}{8 \times 5 \times 2} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{3}{16} \\ &= \frac{3 \times 4}{4 \times 4} + \frac{3}{16} = \frac{12 + 3}{16} = \frac{15}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{2}{5}}{3 - \frac{7}{10}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3 \times 10}{1 \times 10} - \frac{7}{10}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{23}{10}} \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{10}{23} \\ &= \frac{2 \times 10}{5 \times 23} \\ &= \frac{2 \times 5 \times 2}{5 \times 23} \\ &= \frac{4}{23} \end{aligned}$$

Exercice 10 : (Orléans 96)

On donne les nombres A et B suivants :

$$A = 2 - \frac{3}{4} \times \frac{8}{21} \quad ; \quad B = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3} \right) : \frac{-7}{12}$$

Donner une écriture fractionnaire de chacun des nombres A et B, le dénominateur étant un entier positif inférieur à 10.

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= 2 - \frac{3}{4} \times \frac{8}{21} \\
&= 2 - \frac{3 \times 8}{4 \times 21} \\
&= 2 - \frac{3 \times 4 \times 2}{4 \times 3 \times 7} \\
&= \frac{2}{1} - \frac{2}{7} \\
&= \frac{2 \times 7}{1 \times 7} - \frac{2}{7} \\
&= \frac{14 - 2}{7} \\
&= \frac{12}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3} \right) : \frac{-7}{12} \\
&= \left(\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5 \times 4}{3 \times 4} \right) : \frac{-7}{12} \\
&= \frac{(9 - 20)}{12} : \frac{-7}{12} \\
&= \frac{-11}{12} : \frac{-7}{12} \\
&= \frac{-11}{12} \times \frac{12}{-7} \\
&= \frac{11 \times 12}{12 \times 7} \\
&= \frac{11}{7}
\end{aligned}$$

Exercice 11 : (Clermont 99)

Calculer et donner les résultats sous la forme la plus simple possible :

$$C = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \quad D = \left(1 - \frac{2}{3} \right) : \left(1 + \frac{2}{3} \right)$$

Correction :

$$C = \frac{7}{4} \times \frac{9}{9} - \frac{3 \times 8}{4 \times 9}$$

$$C = \frac{7 \times 9 - 3 \times 8}{4 \times 9} \quad \text{ou} \quad = \frac{3 \times (7 \times 3 - 8)}{4 \times 3 \times 3}$$

$$C = \frac{63 - 24}{4 \times 9} = \frac{21 - 8}{3 \times 4}$$

$$C = \frac{39}{4 \times 9}$$

$$C = \frac{13 \times 3}{4 \times 3 \times 3}$$

$$C = \frac{13}{12}$$

$$D = \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3} \right) \div \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3} \right)$$

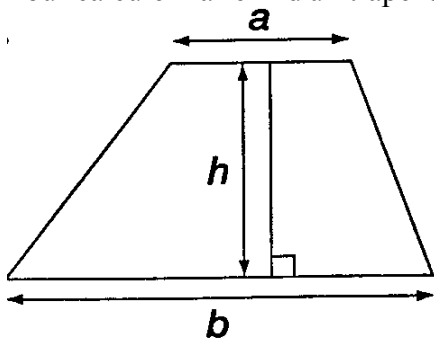
$$D = \frac{1}{3} \div \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{1}{5}$$

Exercice 12 : (Nantes 1995) (2,5 points)

Pour calculer l'aire A d'un trapèze, on donne, avec le dessin ci-contre, la formule :



$$A = \frac{a + b}{2} \times h$$

Calculer l'aire, en cm^2 , d'un trapèze tel que :

$$a = \frac{7}{3} \text{ cm} \quad ; \quad b = \frac{9}{2} \text{ cm} \quad ; \quad h = 4 \text{ cm.}$$

On donnera la valeur exacte sous forme de fraction irréductible, puis la valeur arrondie au mm^2 .

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{a+b}{2} \times h \\
&= \frac{\frac{7}{3} + \frac{9}{2}}{2} \times 4 \\
&= \frac{\frac{7 \times 2}{3 \times 2} + \frac{9 \times 3}{2 \times 3}}{2} \times 4 \\
&= \frac{14 + 27}{2} \times 4 \\
&= \frac{6}{2} \times 4 \\
&= \frac{41}{6} \times 4 = \frac{41}{6} \times \frac{1}{2} \times 4 \\
&= \frac{41 \times 1 \times 2 \times 2}{3 \times 2 \times 2} \\
&= \frac{41}{3}
\end{aligned}$$

La valeur exacte de l'aire du trapèze est de $\frac{41}{3} \text{ cm}^2$

La valeur approchée au mm^2 (2 chiffres après la virgule) est de $13,67 \text{ cm}^2$

Exercice 13 (Caen septembre 95)

Calculer les nombres A et B, en donnant les résultats sous forme de fractions irréductibles :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{5}{9} \quad B = \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3} \right) : \left(2 + \frac{1}{3} \right)$$

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{5}{9} \\
&= \frac{2}{3} - \frac{3 \times 5}{4 \times 9} \\
&= \frac{2}{3} - \frac{3 \times 5}{4 \times 3 \times 3} \\
&= \frac{2}{3} - \frac{5}{12} \\
&= \frac{2 \times 4}{3 \times 4} - \frac{5}{12} \\
&= \frac{8-5}{12} \\
&= \frac{3}{12} \\
&= \frac{3 \times 1}{3 \times 4} \\
&= \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3} \right) : \left(2 + \frac{1}{3} \right) \\
&= \left(\frac{1 \times 3}{5 \times 3} - \frac{2 \times 5}{3 \times 5} \right) : \left(\frac{2 \times 3}{1 \times 3} + \frac{1}{3} \right) \\
&= \left(\frac{3-10}{15} \right) : \left(\frac{6+1}{3} \right) \\
&= \frac{-7}{15} : \frac{7}{3} \\
&= \frac{-7}{15} \times \frac{3}{7} \\
&= \frac{-7 \times 3}{3 \times 5 \times 7} \\
&= \frac{-1}{5} = -\frac{1}{5}
\end{aligned}$$

Exercice 14 : (Amiens sept 97)

Calculer A et B. Les résultats seront écrits sous forme de fractions aussi simples que possible.

$$A = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \qquad B = \frac{\frac{7}{3} + \frac{1}{9}}{\frac{7}{3} - 3}$$

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \\
&= \frac{5}{3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 7} \\
&= \frac{5}{3} - \frac{8}{21} \\
&= \frac{5 \times 7}{3 \times 7} - \frac{8}{21} \\
&= \frac{35 - 8}{21} \\
&= \frac{27}{21} \\
&= \frac{3 \times 9}{3 \times 7} \\
&= \frac{9}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\frac{7}{3} + \frac{1}{9}}{\frac{7}{3} - 3} = \frac{\frac{7 \times 3}{3 \times 3} + \frac{1}{9}}{\frac{7}{3} - \frac{3 \times 3}{1 \times 3}} = \frac{\frac{21 + 1}{9}}{\frac{7 - 9}{3}} = \frac{\frac{22}{9}}{\frac{-2}{3}} \\
&= -\frac{22}{9} \times \frac{3}{2} \\
&= -\frac{2 \times 11 \times 3}{3 \times 3 \times 2} \\
&= -\frac{11}{3}
\end{aligned}$$

Exercice 15 : (Amérique 99)

On donne les nombres :

$$a = \frac{14}{15} \text{ et } b = \frac{7}{6}$$

Calculer A et B tels que :

$$A = a - b \text{ et } B = \frac{a}{b}$$

Correction :

$$\begin{aligned}
A &= a - b \\
&= \frac{14}{15} - \frac{7}{6} \\
&= \frac{14 \times 2}{15 \times 2} - \frac{7 \times 5}{6 \times 5} \\
&= \frac{28 - 35}{30} \\
&= -\frac{7}{30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{a}{b} \\
&= \frac{14}{\frac{15}{7}} \\
&= \frac{14}{15} \times \frac{6}{7} \\
&= \frac{14 \times 6}{15 \times 7} \\
&= \frac{2 \times 7 \times 3 \times 2}{3 \times 5 \times 7} \\
&= \frac{4}{5}
\end{aligned}$$

Exercice 16 : (Caen 95) (2,5 points)

Sachant que $a = \frac{2}{3}$; $b = -\frac{1}{4}$; $c = \frac{2}{5}$; $d = -\frac{1}{2}$

calculer $A = ab + cd$ et $B = \frac{a+d}{b+c}$.

Donner les résultats sous la forme de fractions aussi simples que possible.

Correction :

$$A = ab + cd$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{2}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\
&= -\frac{2 \times 1}{3 \times 2 \times 2} - \frac{2 \times 1}{5 \times 2} \\
&= -\frac{1}{6} - \frac{1}{5} \\
&= -\frac{1 \times 5}{6 \times 5} - \frac{1 \times 6}{5 \times 6} \\
&= \frac{-5 - 6}{30} \\
&= \frac{-11}{30} = -\frac{11}{30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{a+d}{b+c} \\
&= \frac{\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{4} + \frac{2}{5}} \\
&= \frac{\frac{2 \times 2}{3 \times 2} - \frac{1 \times 3}{2 \times 3}}{-\frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4}} \\
&= \frac{4-3}{-5+8} \\
&= \frac{1}{3} \\
&= \frac{1}{3} \times \frac{20}{20} \\
&= \frac{1 \times 20}{3 \times 20} \\
&= \frac{2 \times 10}{2 \times 3 \times 3} \\
&= \frac{10}{9}
\end{aligned}$$