Math93.com

Factorisation

Troisième

1 Factorisation de type 1

Propriété 1

Cette factorisation est basée sur la propriété de distributivité vue en classe de 5e.

$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$

Méthode 1

- **Étape 1** : Identifier les termes de la somme (ou de la différence) et le signe entre les termes.
- **Étape 2** : Faire apparaitre :
  - le facteur commun A (il peut y en avoir plusieurs) ;
  - et au moins un signe de multiplication dans chaque terme $\times$.
- **Étape 3** : on factorise c'est à dire

$$\boxed{A \times \Big(\text{Par quoi est multiplié } A \text{ dans le 1er terme ?} \bigoplus \text{Par quoi est multiplié } A \text{ dans le 2e terme ?}\Big)}$$

- **Étape 4** : On réduit dans la parenthèse.

1.1 Exemples : Factorisation de type 1 classique $\boxed{A \times B + A \times B = A \times (B + C)}$

$$A(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)(1+7x)$$
$$A(x) = \underline{(x+1)} \times (2-3x) - \underline{(x+1)} \times (1+7x)$$
$$A(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[(2-3x) - (1+7x)\Big]$$
$$A(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[2 - 3x - 1 - 7x\Big]$$
$$\boxed{A(x) = (x+1) \times (-10x+1)}$$

$$B(x) = (2x+1)(3+x) - (3+x)(x-1)$$
$$B(x) = \underline{(3+x)} \times (2x+1) - \underline{(3+x)} \times (x-1)$$
$$B(x) = \underline{(3+x)} \times \Big[(2x+1) - (x-1)\Big]$$
$$B(x) = \underline{(3+x)} \times \Big[2x + 1 - x + 1\Big]$$
$$\boxed{B(x) = (3+x) \times (x+2)}$$

1.2 Exemples : Factorisation de type 1 - Variante 1

L'idée ici est de faire apparaitre la multiplication dans un des termes :

$$\boxed{A \times B - A = \underline{A} \times B - \underline{A} \times 1}$$

$$C(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)$$
$$C(x) = \underline{(x+1)} \times (2-3x) - \underline{(x+1)} \times 1$$
$$C(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[(2-3x) - 1\Big]$$
$$C(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[2 - 3x - 1\Big]$$
$$\boxed{C(x) = (x+1) \times (-3x+1)}$$

$$D(x) = (3+x) - (3+x)(x-1)$$
$$D(x) = \underline{(3+x)} \times 1 - \underline{(3+x)} \times (x-1)$$
$$D(x) = \underline{(3+x)} \times \Big[1 - (x-1)\Big]$$
$$D(x) = \underline{(3+x)} \times \Big[1 - x + 1\Big]$$
$$\boxed{D(x) = (3+x) \times (-x+2)}$$

1.3 Exemples : Factorisation de type 1 - Variante 2

L'idée ici est de faire apparaitre la multiplication dans un des termes à partir du carré :

$$\boxed{A \times B - A^2 = \underline{A} \times B - \underline{A} \times A}$$

$$E(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)^2$$
$$E(x) = \underline{(x+1)} \times (2-3x) - \underline{(x+1)} \times (x+1)$$
$$E(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[(2-3x) - (x+1)\Big]$$
$$E(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[2 - 3x - x - 1\Big]$$
$$\boxed{E(x) = (x+1) \times (-4x+1)}$$

$$F(x) = (3+x)^2 - (3+x)(x-1)$$
$$F(x) = \underline{(3+x)} \times (3+x) - \underline{(3+x)} \times (x-1)$$
$$F(x) = \underline{(3+x)} \times \Big[(3+x) - (x-1)\Big]$$
$$F(x) = \underline{(3+x)} \times \Big[3 + x - x + 1\Big]$$
$$\boxed{F(x) = (3+x) \times (4) = 4(3+x)}$$

2 Factorisation de type 2 : Avec les identités remarquables

Méthode 2

L'idée est de reconnaitre une des trois identités remarquables, souvent la 3e.

$$\boxed{A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2} \quad \boxed{A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2} \quad \boxed{A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)}$$

$$G(x) = (x+1)^2 - (2x-3)^2$$
$$G(x) = \Big[(x+1) + (2x-3)\Big] \times \Big[(x+1) - (2x-3)\Big]$$
$$G(x) = \Big[x + 1 + 2x - 3\Big] \times \Big[x + 1 - 2x + 3\Big]$$
$$\boxed{G(x) = (3x-2) \times (-x+4)}$$

$$H(x) = 4x^2 - 12x + 9$$
$$H(x) = (2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x + 3^2$$
$$\boxed{H(x) = (2x-3)^2}$$

3 Factorisation de type 3 : C'est un mixte des 2 premières

Méthode 3

L'idée est d'effectuer un factorisation intermédiaire dans un des termes de la somme afin de faire apparaitre le facteur commun.

$$G(x) = x^2 + 2x + 1 - (2x-3)^2$$

On remarque que : $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

$$G(x) = (x+1)^2 - (2x-3)^2$$
$$G(x) = \Big[(x+1) + (2x-3)\Big] \times \Big[(x+1) - (2x-3)\Big]$$
$$G(x) = \Big[x + 1 + 2x - 3\Big] \times \Big[x + 1 - 2x + 3\Big]$$
$$\boxed{G(x) = (3x-2) \times (-x+4)}$$

$$I(x) = (x-3)^2 - 5x + 15$$

On remarque que : $-5x + 15 = -5(x-3)$

$$I(x) = \underline{(x-3)} \times (x-3) - 5 \times \underline{(x-3)}$$
$$I(x) = \underline{(x-3)} \times \Big[(x-3) - 5\Big]$$
$$\boxed{I(x) = (x-3)(x-8)}$$