

Fiche de cours	Mathématiques	Cinquième
Chapitre : Symétrie centrale	Symétrie centrale.	

I. Définition de la symétrie centrale.

1°) Définitions.

Définition générale

La symétrie centrale de centre O est un demi-tour autour du point O.

Figure 1

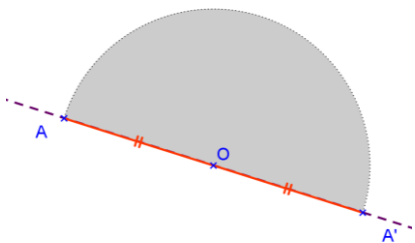
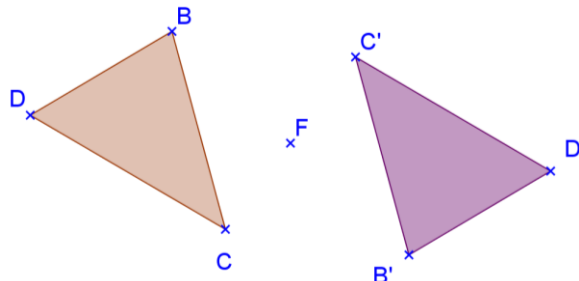


Figure 2



Définition rigoureuse :

- ✓ Le point A' est le **symétrique du point A** par rapport au point O si O est le milieu du segment [AA'].
- ✓ On dit que le point A' est **l'image du point A** par la symétrie centrale de centre O.
- ✓ Ci-dessus, les points B', C' et D' sont les images respectives des points B, C et D par la symétrie de centre F. On dit que les triangles **BCD et B'C'D' sont symétriques par rapport au point F**.

2°) Notations.

- ✓ La symétrie centrale de centre O peut se noter par une lettre, souvent **S**, avec le nom du centre en « indice », ici O. Soit : **S_O : est la symétrie centrale de centre O**

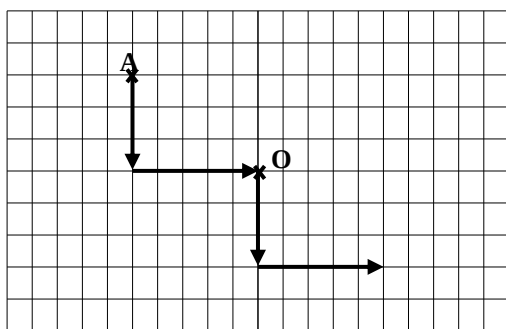
- ✓ « Le point A' est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O » s'écrit : $A \xrightarrow{S_O} A'$.
- ✓ « Le triangle B'C'D' est l'image du triangle BCD par la symétrie centrale de centre F »

peut donc s'écrire de la façon suivante : $BCD \xrightarrow{S_F} B'C'D'$.

3°) Méthodes de construction.

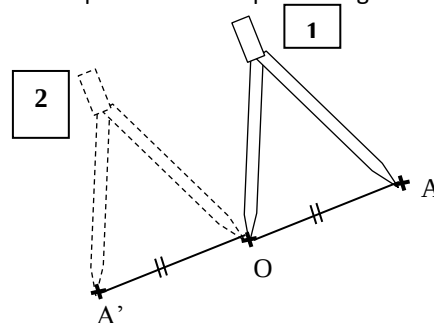
Première méthode (dans un quadrillage) :

On reproduit un déplacement (dans le quadrillage) qui permet de passer du point au centre de symétrie pour aller du centre au point image.



Deuxième méthode (au compas) :

On trace la droite joignant le point et le centre et on reporte la distance les séparant à partir du centre pour obtenir le point image.



II. Propriétés de la symétrie centrale.

1°) Droites symétriques.

Propriété.

L'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle.

Exemple :

Dans la figure 2, la droite (DB) est parallèle à la droite (D'B') car ces deux droites sont symétriques par rapport au point F.

2°) Segments symétriques.

Propriété.

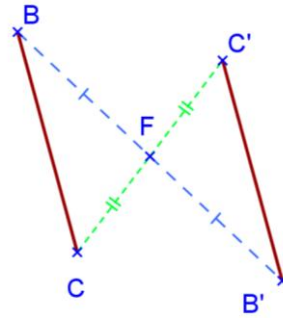
L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment de même longueur.

Exemple :

Dans la figure 2, l'image du segment $[BC]$ par la symétrie de centre F est le segment $[B'C']$,

autrement dit : $[BC] \xrightarrow{s_F} [B'C']$.

De ce fait, les segments $[BC]$ et $[B'C']$ sont de même mesure, ce qui s'écrit : $BC = B'C'$.



Remarque : NE surtout PAS écrire d'égalité de segments, cela n'a pas de sens ou signifie que les 2 segments sont en fait 1 segment unique, ce qui est faux ici.

3°) Angles symétriques.

Propriété.

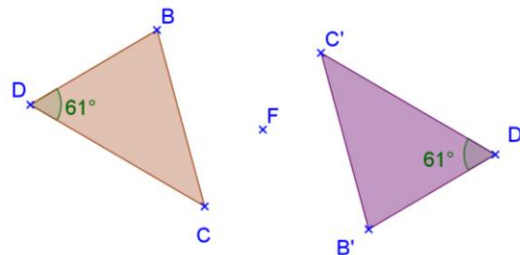
L'image d'un angle par une symétrie centrale est un angle de même mesure.

Exemple :

Dans la figure 2, on a $\begin{cases} B \xrightarrow{s_F} B' \\ D \xrightarrow{s_F} D' \\ C \xrightarrow{s_F} C' \end{cases}$

Et donc : $\widehat{BDC} \xrightarrow{s_F} \widehat{B'D'C'}$.

De ce fait, $\widehat{BDC} = \widehat{B'D'C'} = 61^\circ$



4°) Mesures, natures et aires.

Propriété.

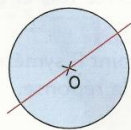
Deux figures symétriques par rapport à un point sont **superposables**, en conséquence elles ont même aire, mêmes mesures et même nature.

Remarques :

- ✓ Le symétrique d'un cercle par une symétrie centrale est un cercle de même rayon, même périmètre, il suffit donc de tracer l'image du centre pour le construire.
- ✓ Le symétrique d'un disque par une symétrie centrale est un disque de même rayon, même aire.

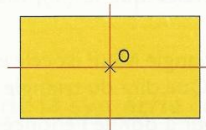
III. Centre de symétrie et axe de symétrie des figures usuelles.

● Cercle



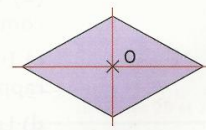
Une infinité d'axes de symétrie (toutes les droites passant par O).
Un centre de symétrie.

● Rectangle



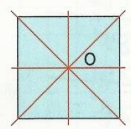
Deux axes de symétrie.
Un centre de symétrie.

● Losange



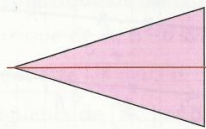
Deux axes de symétrie.
Un centre de symétrie.

● Carré



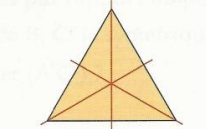
Quatre axes de symétrie.
Un centre de symétrie.

● Triangle isocèle



Un axe de symétrie.
Pas de centre de symétrie.

● Triangle équilatéral



Trois axes de symétrie.
Pas de centre de symétrie.