

Fiche de cours	Mathématiques	Cinquième
Chapitre : Triangle et droites remarquables	Triangles et droites remarquables	

### I. Points alignés.

**Propriété :**

Si  $BC=BA+AC$ , alors les points A, B et C sont alignés (le point A appartient au segment [BC])

**De façon générale**

Si la plus grande des 3 mesures est égale à la somme des 2 autres, alors les 3 points sont alignés.

**Propriété réciproque :**

Si les 3 points sont alignés, alors la plus grande des 3 mesures est égale à la somme des 2 autres

### II. Inégalité triangulaire.

#### 1°) Inégalité triangulaire.

**Propriété :** Dans tous les triangles, la mesure d'un côté est inférieure à la somme des 2 autres.

#### 2°) Critère d'existence d'un triangle.

**Propriété :** Pour vérifier qu'un triangle existe, il suffit de vérifier que la mesure du plus grand côté est inférieur à la somme des 2 autres. S'il y a égalité, les 3 points sont alignés et le triangle est aplati.

**Exemple 1 :**

$AB = 3cm ; AC = 4cm ; BC = 5cm$

La plus grande mesure BC est inférieure à la somme des 2 autres car

$$\begin{cases} BC = 5cm \\ \text{et } AB + AC = 3 + 4 = 7cm > BC \end{cases}$$

Donc le triangle ABC existe.

**Exemple 2 :**

$AB = 3cm ; AC = 4cm ; BC = 9cm$

La plus grande mesure BC est supérieure à la somme des 2 autres car

$$\begin{cases} BC = 9cm \\ \text{et } AB + AC = 3 + 4 = 7cm < BC \end{cases}$$

Donc le triangle ABC n'existe pas.

### III. Médiatrices et cercle circonscrit.

#### 1°) Définition de la médiatrice d'un segment.

**Définition :** La **médiatrice d'un segment** est la droite qui :  $\begin{cases} 1. \text{ Passe par le milieu du segment,} \\ 2. \text{ et est perpendiculaire à ce segment} \end{cases}$

**Propriété caractéristique :**

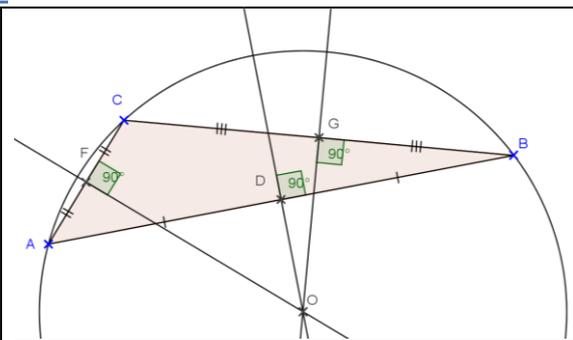
1. Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à la même distance (on dit équidistant) des extrémités de ce segment.
2. **Réciproquement**, si un point est à la même distance (on dit équidistant) des extrémités de ce segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

#### 2°) Propriété des 3 médiatrice d'un triangle.

**Propriété :**

1. Les trois médiatrices d'un triangle se coupent en un même point O. On dit qu'elles sont **CONCOURRANTES**.

2. Le point O, point d'intersection des 3 médiatrices du triangle se nomme **CENTRE DU CERCLE CIRCONSCRIT** à ce triangle.



#### IV. Hauteurs d'un triangle.

##### 1°) Définition de la hauteur d'un triangle.

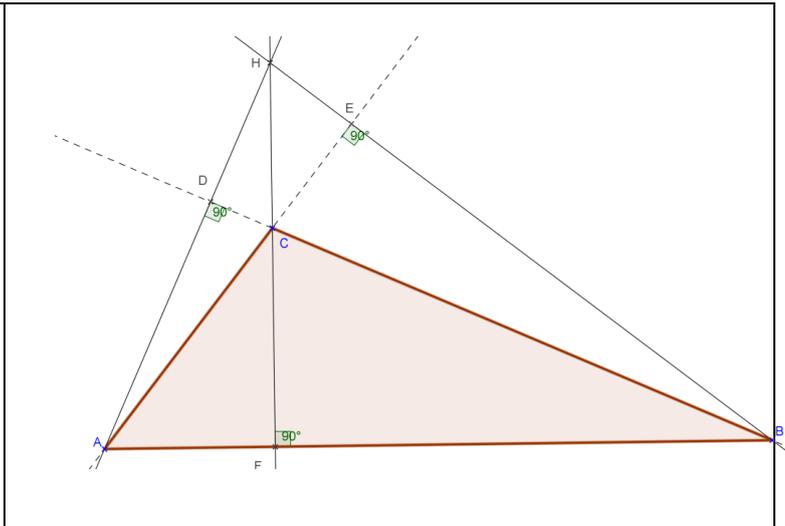
**Définition :** La hauteur d'un triangle est une droite qui :  
{ 1. Passe par un sommet du triangle,  
2. et est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

**Remarque :** Dans certain triangle, la hauteur est confondue avec un côté.

##### 2°) Propriété des 3 hauteurs d'un triangle.

**Propriété :**

1. Les trois hauteurs d'un triangle se coupent en un même point H. On dit qu'elles sont **CONCOURRANTES**.
2. Le point H, point d'intersection des 3 hauteurs du triangle se nomme **ORTHOCENTRE**.
3. Ici on dit que le point D est le  **pied de la hauteur issue de A** ; E le pied de la hauteur issue de B et F le pied de la hauteur issue de C.



#### V. Médiannes d'un triangle.

##### 1°) Définition de la médiane d'un triangle.

**Définition :** La médiane d'un triangle est une droite qui :  
{ 1. Passe par un sommet du triangle,  
2. et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

**Exemples :** La médiane issue de A est la **droite (AE)**. E est le milieu du segment [BC].

##### 2°) Propriété des 3 médianes d'un triangle.

**Propriété :**

1. Les trois médianes d'un triangle se coupent en un même point G. On dit qu'elles sont **CONCOURRANTES**.
- 2 Le point G, point d'intersection des 3 médianes du triangle se nomme **CENTRE DE GRAVITE**.

