Nombre dérivé d'une fonction en un point

1.1 - Approche historique

Les Fonctions : Si le mot est emprunté sous la forme simplifiée funcion (1370) au latin functio "accomplissement, exécution" en français courant, Descartes (1597-1650) l'utilise en mathématique pour désigner une expression algébrique correspondant à un graphique. Au 18ème Euler (1707-1783) propose l'idée qu'une suite de courbes, donc d'expressions, représentait une fonction.
Dans certains ouvrages on peut lire que c'est Leibniz (1646-1716) qui utilise le mot pour la première fois en mathématiques en 1673, que la première définition fut donnée par J.Bernouilli (1654-1705) et que le symbole f( ) a été introduit par Euler en 1734.
Alors, restons prudent..
Les Tangentes et les dérivées : Dans l'antiquité, la notion de tangente - droite qui ne touche la courbe qu'en un seul point- n'est étudiée que sur des cas particuliers. On a par exemple des recherches d'Archimède (287-212 av. J.C.) sur la spirale ou des tangentes aux coniques d'Apollonius (v.3ème-2ème siècle av.J.C.). Ces méthodes se généralisent au 17ème avec les travaux de Roberval et Torricelli qui considèrent des mouvement de projectiles. Fermat (1601-1655) fait usage d'éléments infinitésimaux et ses successeurs développent le calcul infinitésimal qui débouche sur les calculs de dérivée et d'intégrale.
C'est Newton et Leibniz qui contribuent à la généralisation et à la mathématisation de ces techniques de calcul au 18ème.

1.2 - Activité d'approche

Un point mobile M se déplace sur un axe. La distance parcourue par ce point à l'instant t est donnée par $d(t) = t^2$. L'instant origine est t = 0.

1) Calculer la vitesse moyenne du point M entre les instants
   a.) 1 et 2
   b.) 2 et 3
   c.) 2 et 2,1
   d.) 1,9 et 2
2) Comment définir une vitesse instantanée à l'instant t = 2 ?